

"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

通信原理简明教程

（第3版）

学习辅导与习题解答

李学华　王亚飞　李振松　南利平　编著

清华大学出版社

《通信原理简明教程》出版15年来，已历经3个版本，27个印次，累计销售12万多册，是一本值得读和读得懂的经典畅销教材，受到广泛好评。其中，《通信原理简明教程（第3版）》被评为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。

本书是《通信原理简明教程（第3版）》的配套教学参考书。内容丰富，包括主教材的学习辅导、全部习题解答和10套自测题。明确的教学指导、详尽的习题解答和多种形式的测试环节既能为教师的教学提供参考，也能为读者的自学提供帮助。

清华大学出版社数字出版网站




ISBN 978-7-302-38250-8
9 787302 382508 >
定价：25.00元



“十二五”普通高等教育本科

通信原理简明教程

（第3版）

学习辅导与习题解答

李学华　王亚飞　李振松　南利平　编著

清华大学出版社

内容简介

本书是清华大学出版社出版的《通信原理简明教程》(第3版)教材的配套教学参考书。全书分为两部分：第一部分为学习辅导和习题解答，包括《通信原理简明教程(第3版)》教材中第1～9章内容的归纳总结与重点、难点分析，以及所有习题的解答；第二部分为自测题及参考答案，共5套，每套包括水平相当的A、B两份试题。

本书从物理概念出发，深入浅出地对知识进行归纳总结，通过系统的知识梳理和习题分析，可以帮助读者巩固理论知识，掌握通信系统的计算和分析方法。

本书可作为高等院校通信工程、信息工程、电子工程和其他相近专业本科生教学参考书，也可作为非通信工程专业本科生第二学位辅助教材、成人教育专升本辅助教材以及相关专业研究生入学考试参考书。

图书在版编目(CIP)数据

通信原理简明教程(第3版)学习辅导与习题解答/李学华等编著. --北京：清华大学出版社，2014
ISBN 978-7-302-38250-8

Ⅰ.①通… Ⅱ.①李… Ⅲ.①通信原理－高等学校－教学参考资料 Ⅳ.①TN911

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第235241号

责任编辑：文 怡
封面设计：傅瑞学
责任校对：李建庄
责任印制：沈 露

出版发行：清华大学出版社
网　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　址：北京清华大学学研大厦A座　**邮　编**：100084
社总机：010-62770175　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
课件下载：http://www.tup.com.cn，010-62795954
印 装 者：北京嘉实印刷有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：140mm×203mm　**印　张**：9.875　**字　数**：257千字
版　次：2014年12月第1版　**印　次**：2014年12月第1次印刷
印　数：1～3000
定　价：25.00元

产品编号：061778-01

前　言

通信技术和通信产业是20世纪80年代以来世界科技发展最快的领域之一，通信技术的发展形势促进了人们学习相关知识的需求。“通信原理”是通信工程专业、电子信息工程专业的重要主干课程，也是一门重要的专业基础课程和报考研究生的考试课程。“通信原理”课程理论性强，概念繁多，对先修课程的基础有一定的要求。因此，许多读者希望有一本辅导书帮助学习、巩固和提高。本书的配套教材《通信原理简明教程》第1版和第2版印刷共计25次，销售10余万册，为了帮助广大读者进一步提高学习效率，我们编写了这本教学参考书，以期对“通信原理”课程的学习起到积极的帮助作用。

本书从物理概念出发，用通俗易懂的方式对《通信原理简明教程(第3版)》教材中的知识进行归纳总结，剖析重难点知识，梳理各章节之间的关系，帮助形成知识体系。通过习题解答分析疑点、强化重点，帮助读者加深对基本概念和基本理论的理解，帮助读者掌握科学的分析问题和解决问题的方法，达到融会贯通的效果。本书是帮助读者提高学习效率、改善学习效果的有力助手。

本书给出了《通信原理简明教程(第3版)》教材中第1～9章全部内容的归纳总结与重难点分析，以及所有习题的解答，并对教材中的个别习题进行了补充说明。本书还编撰了5套共10份自测题并给出了参考答案，可以帮助读者对学习效果进行测评。

习题解答部分由本书4位作者共同编写和核对，学习辅导

和自测题部分由南利平和李学华编写,全书由李学华统稿。

编者感谢杨曙辉、汪毓铎等老师在本书编撰过程中给予的帮助与支持。本书的编写获得了北京市及北京信息科技大学2014年人才培养专项的支持。对本书所列参考文献作者,在此一并致谢。

由于编者水平有限,书中难免有不当之处,欢迎读者批评指正。

编　者

2014年7月

E-mail:tongxinyuanli@sina.com

目　　录

第1章　绪论 …… 1

1.1　学习辅导 …… 1

1.1.1　教学背景 …… 1

1.1.2　学习目标 …… 1

1.1.3　学习要点 …… 2

1.1.4　学习难点 …… 3

1.1.5　学习后记 …… 4

1.2　习题解答 …… 5

第2章　基础知识 …… 9

2.1　学习辅导 …… 9

2.1.1　教学背景 …… 9

2.1.2　学习目标 …… 9

2.1.3　学习要点 …… 10

2.1.4　学习难点 …… 11

2.1.5　学习后记 …… 13

2.2　习题解答 …… 14

第3章　模拟调制系统 …… 21

3.1　学习辅导 …… 21

3.1.1　教学背景 …… 21

3.1.2　学习目标 …… 22

3.1.3　学习要点 …… 23
3.1.4　学习难点 …… 25
3.1.5　学习后记 …… 27
3.2　习题解答 …… 28

第4章　模拟信号的数字化 …… 85

4.1　学习辅导 …… 85
4.1.1　教学背景 …… 85
4.1.2　学习目标 …… 85
4.1.3　学习要点 …… 86
4.1.4　学习难点 …… 87
4.1.5　学习后记 …… 89
4.2　习题解答 …… 89

第5章　数字信号的基带传输 …… 120

5.1　学习辅导 …… 120
5.1.1　教学背景 …… 120
5.1.2　学习目标 …… 120
5.1.3　学习要点 …… 121
5.1.4　学习难点 …… 122
5.1.5　学习后记 …… 124
5.2　习题解答 …… 124

第6章　数字信号的频带传输 …… 153

6.1　学习辅导 …… 153
6.1.1　教学背景 …… 153
6.1.2　学习目标 …… 153
6.1.3　学习要点 …… 154

6.1.4　学习难点 …… 155
6.1.5　学习后记 …… 157
6.2　习题解答 …… 158

第7章　现代数字调制技术 …… 194

7.1　学习辅导 …… 194
7.1.1　教学背景 …… 194
7.1.2　学习目标 …… 194
7.1.3　学习要点 …… 195
7.1.4　学习难点 …… 196
7.1.5　学习后记 …… 197
7.2　习题解答 …… 197

第8章　差错控制编码 …… 202

8.1　学习辅导 …… 202
8.1.1　教学背景 …… 202
8.1.2　学习目标 …… 202
8.1.3　学习要点 …… 203
8.1.4　学习难点 …… 203
8.1.5　学习后记 …… 205
8.2　习题解答 …… 206

第9章　同步技术 …… 217

9.1　学习辅导 …… 217
9.1.1　教学背景 …… 217
9.1.2　学习目标 …… 217
9.1.3　学习要点 …… 218
9.1.4　学习难点 …… 218

9.1.5 学习后记 …… 219
9.2 习题解答 …… 219

第10章 自测题 …… 223

10.1 自测题一及参考答案 …… 223
10.2 自测题二及参考答案 …… 241
10.3 自测题三及参考答案 …… 256
10.4 自测题四及参考答案 …… 275
10.5 自测题五及参考答案 …… 290

参考文献 …… 307

第1章 绪　　论

1.1 学习辅导

1.1.1 教学背景

"通信原理"课程是电子类专业和信息类专业的专业基础课程，是各种现代通信系统和现代通信技术等专业课的先修课程。

本课程的任务是针对通信系统一般模型分析通信系统的工作原理和通信系统的性能，使读者对通信系统具有初步的设计和计算能力。

本章简要解释通信和通信系统的一般概念；概括介绍通信系统一般模型，其中包括模拟通信系统模型和数字通信系统模型；本章还介绍通信系统的质量指标。

1.1.2 学习目标

(1) 建立通信和通信系统的一般概念，其中包括说明通信的目的；说明按媒质分类的无线通信和有线通信两种通信方式；解释通信系统一般模型的框图。

(2) 说明模拟信号和数字信号的定义。理解模拟通信系统模型的框图，理解数字通信系统模型的框图。

(3) 了解通信发展简史。举出几种日常生活中通信方式的实例，说明是无线通信还是有线通信、是模拟通信还是数字通信。通过网络了解目前国内外通信技术发展的概况。

(4) 列出信息量的定义式，计算离散信源的信息量。列出

平均信息量的定义式,计算离散信源的平均信息量。

(5) 列出通信系统的质量指标,说明有效性和可靠性的定义。列出在模拟通信系统中有效性和可靠性的具体质量指标;列出在数字通信系统中有效性和可靠性的具体质量指标。计算数字通信系统中的码元速率和信息速率。比较二进制和多进制的码元速率和信息速率。分析波特率和比特率的关系。

1.1.3 学习要点

1. 通信和通信系统的一般概念

- 通信的目的
- 通信方式按媒质分类
- 通信系统的一般模型

2. 模拟通信与数字通信

- 模拟信号和数字信号
- 模拟通信系统模型
- 数字通信系统模型

3. 通信发展简史

4. 信息及其度量

- 信息量
- 平均信息量

5. 通信系统的质量指标

(1) 模拟通信系统的质量指标

- 有效性:有效传输带宽
- 可靠性:输出信噪比

(2) 数字通信系统的质量指标

- 有效性:传输速率(码元速率和信息速率),频带利用率
- 可靠性:差错率

1.1.4　学习难点

1. 模拟信号和数字信号的区别

按信号参量的取值方式不同，信号分为模拟信号和数字信号。如果信号参量取值是连续的，则称为模拟信号，如果信号参量取值是离散的，则称为数字信号。

携带消息的信号参量的取值（如幅度、频率、相位）是否连续，是区别模拟信号和数字信号的关键，而信号参量在时间上的分布则不是判断的标准。

例如教材第116页图4-2(a)所示的信号为模拟信号，图4-2(b)所示的信号为抽样信号，抽样信号在时间上是离散的，但是在幅度上是连续的，所以图4-2(b)所示的信号仍然是模拟信号。

又例如教材第212页图6-7(b)所示的2FSK信号，该信号在时间上和幅度上都是连续的，但是信号携带消息的参量是频率，而频率参量只有两种取值，所以2FSK信号是数字信号。

2. 波特率和比特率的关系

码元速率指的是单位时间（秒）传送的码元个数，单位为波特(baud)，简记为Bd。码元速率又称波特率，通常用R_s表示。波特率与码元进制数无关，只与码元的持续时间（码元宽度）有关。

信息速率指的是单位时间（秒）传送的信息量，单位为比特/秒(bit/s)。信息速率又称比特率，通常用R_b表示。比特率与码元进制数有关。二进制时波特率和比特率在数量上相等，M进制时比特率是波特率的$\log_2 M$倍，即

$$R_b = R_s \log_2 M$$

有人用轿车和轿车内的乘客比喻波特率和比特率的概念。在交通运输中，波特率类似轿车，比特率类似轿车内的乘客。一辆轿车可载运一位或多位乘客。交通情况是由轿车的辆数确定的，而不是由轿车内的乘客数确定的。在轿车的辆数确定的条

件下,载运能力由轿车载运的乘客数确定。与此相类似的是,传输带宽是由波特率确定的,而不是由比特率确定的。在波特率确定的条件下,信息传输速率由进制数确定。这就是说,信息传输能力由信息传输速率确定。

3. 误码率 P_s、误比特率 P_b 与进制数 M 的关系

二进制时误码率与误比特率相等,$P_s=P_b$。多进制时误码率高于误比特率,$P_s>P_b$。

以八进制为例,八进制的每个码元要用3个二进制码元表示,即八进制的每个码元含有3bit码。如果考察在1个八进制码元中仅发生1bit的错误,这个错误比特可能在第1位、第2位和第3位。也就是说1bit的错误对应3种情况的码元错误,所以多进制时误码率高于误比特率。

误码率 P_s 和误比特率 P_b 的具体关系要根据码的形式具体分析。例如在采用格雷码的多进制系统中,错误码元中仅发生1bit错误的概率最大。经推导后可知有以下近似关系

$$P_b \approx \frac{P_s}{\log_2 M}$$

多进制时误码率高于误比特率是显而易见的。

1.1.5　学习后记

第1章简要解释了通信和通信系统的一般概念;概括介绍了通信系统一般模型,其中包括模拟通信系统模型和数字通信系统模型;介绍了通信系统的质量指标。本教材的任务就是针对通信系统一般模型分析通信系统的工作原理和通信系统的性能。第3章和第4章讨论模拟通信系统,第5～9章讨论数字通信系统。

“信号与系统”和“概率与随机过程”是本课程的先修课程,本教材会涉及这两门课程中的一些主要结论。第2章对这些主要结论从物理概念出发进行简明扼要的介绍和分析,以期对缺

少这方面基础知识的读者有所帮助。如果读者已经学过“信号与系统”和“概率与随机过程”课程，在学习了第 1 章以后可以直接学习第 3 章。

1.2 习题解答

1.1 消息源以概率 $P_1=1/2, P_2=1/4, P_3=1/8, P_4=1/16, P_5=1/16$ 发送 5 种消息符号 m_1, m_2, m_3, m_4, m_5。若每个消息符号出现是独立的，求每个消息符号的信息量。

解 由于每个消息符号出现是独立的，由教材式(1-1)有

$$I(m_1) = -\log_2 P(m_1) = -\log_2 \frac{1}{2} = 1(\text{bit})$$

$$I(m_2) = -\log_2 P(m_2) = -\log_2 \frac{1}{4} = 2(\text{bit})$$

$$I(m_3) = -\log_2 P(m_3) = -\log_2 \frac{1}{8} = 3(\text{bit})$$

$$I(m_4) = -\log_2 P(m_4) = -\log_2 \frac{1}{16} = 4(\text{bit})$$

$$I(m_5) = -\log_2 P(m_5) = -\log_2 \frac{1}{16} = 4(\text{bit})$$

1.2 若信源发出概率各为 1/2，1/4，1/6 和 1/12 的 4 个字母序列，求其平均信息量。

解 由教材式(1-3)，可知信源的平均信息量为

$$\begin{aligned} H(x) &= -\sum_{i=1}^{4} P(x_i)\log_2 P(x_i) \\ &= -\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\log_2\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\log_2\frac{1}{12} \\ &= 0.5 + 0.5 + 0.4308 + 0.2988 \\ &= 1.730(\text{bit/sym}) \end{aligned}$$

1.3 设有 4 种消息符号，其出现概率分别是 1/4，1/8，1/8，1/2。各消息符号出现是相对独立的，求该符号集的平均信

息量。

解　由教材式(1-3),可知信源的平均信息量为

$$\begin{aligned}H(x)&=-\sum_{i=1}^{4}P(x_i)\log_2 P(x_i)\\&=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}\\&=0.5+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+0.5\\&=1.75(\text{bit/sym})\end{aligned}$$

1.4　一个离散信号源每毫秒发出4种符号中的一个,各相互独立符号出现的概率分别为0.4,0.3,0.2,0.1。求该信号源的平均信息量与信息速率。

解　由教材式(1-3),可知信源的平均信息量为

$$\begin{aligned}H(x)&=-\sum_{i=1}^{4}P(x_i)\log_2 P(x_i)\\&=-0.4\log_2 0.4-0.3\log_2 0.3-0.2\log_2 0.2-0.1\log_2 0.1\\&=0.5288+0.5211+0.4644+0.3322\\&=1.846(\text{bit/sym})\end{aligned}$$

信息速率为单位时间内传输的信息量,可求得信息速率R_b为

$$R_b=\frac{1.846}{1\times10^{-3}}=1846(\text{bit/s})$$

1.5　某二元码序列的信息速率是2400bit/s,若改用八元码序列传送该消息,试求码元速率是多少?

解　由教材式(1-7),可知码元速率R_s为

$$R_s=\frac{R_b}{\log_2 M}=\frac{2400}{\log_2 8}=\frac{2400}{3}=800(\text{baud})$$

1.6　某消息用十六元码序列传送时,码元速率是300baud。若改用二元码序列传输该消息,其信息速率是多少?

解　设传输某消息的信息速率为 R_b，若改用二元码序列传输，其信息速率 R_b 不变。题目条件给出十六元码的码元速率为 300baud，由教材式(1-7)，可知信息速 R_b 率为

$$R_b = R_s \log_2 M = 300 \cdot \log_2 16 = 1200(\text{bit/s})$$

1.7　某消息以 2Mbit/s 的信息速率通过有噪声的信道，在接收机输出端平均每小时出现 72bit 差错。试求误比特率。

解　根据误比特率定义，可知

$$P_b = \frac{\text{错误比特数}}{\text{传输总比特数}} = \frac{72}{2 \times 10^6 \times 3600} = 10^{-8}$$

1.8　一个二元码序列以 2×10^6 bit/s 的信息速率通过信道，并已知信道的误比特率为 5×10^{-9}。试求出现 1bit 差错的平均时间间隔。

解　已知信息速率 R_b 为 2×10^6 bit/s，信道误比特率 P_b 为 5×10^{-9}，出现 1bit 差错的平均时间间隔 T 为

$$T = \frac{1}{R_b P_b} = \frac{1}{2\times10^6 \times 5 \times 10^{-9}} = 100(\text{s})$$

1.9　设一个码字由 5 位独立的二进代码组构成。若已知信道的误比特率分别为 10^{-1} 和 10^{-8}，则错字率 P_w 分别是多少？

解　5 个二进制码组成 1 个码字，那么只要有 1 个二进制码错了，这个码字就错了。假设二进制码的错误率为 P_b，则错字率为

$$P_w = \sum_{i=1}^{5} C_5^i P_b^i (1-P_b)^{5-i}$$

信道的误比特率即二进制码的错误率，由于二进制代码相互独立，所以当信道的误比特率为 10^{-1} 时，码字中有且仅有 1 位二进制码错误引起的错字率为

$$\begin{aligned} P_{w1} &= C_5^1 P_b (1-P_b)^4 \\ &= 5\times10^{-1}\times(1-10^{-1})^4 \\ &= 3.28\times10^{-1} \end{aligned}$$

码字中有且仅有2位二进制码错误引起的错字率为

$$\begin{aligned}P_{w2} &= C_5^2 P_b^2 (1-P_b)^3 \\ &= 10 \times 10^{-2} \times (1-10^{-1})^3 \\ &= 7.29 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

码字中有且仅有3位二进制码错误引起的错字率为

$$\begin{aligned}P_{w3} &= C_5^3 P_b^3 (1-P_b)^2 \\ &= 10 \times 10^{-3} \times (1-10^{-1})^2 \\ &= 8.1 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

码字中有3位以上二进制码错误引起的错字率远小于码字中有且仅有1位二进制码错误引起的错字率,可以略去不计,所以此时错字率 P_w 近似为

$$\begin{aligned}P_w &\approx C_5^1 P_b (1-P_b)^4 + C_5^2 P_b^2 (1-P_b)^3 \\ &= 5 \times 10^{-1} \times (1-10^{-1})^4 + 10 \times 10^{-2} \times (1-10^{-1})^3 \\ &= 4.0 \times 10^{-1}\end{aligned}$$

当信道的误比特率为 10^{-8} 时,码字中有且仅有1位二进制码错误引起的错字率为

$$\begin{aligned}P_{w1} &= C_5^1 P_b (1-P_b)^4 \\ &= 5 \times 10^{-8} \times (1-10^{-8})^4 \\ &= 5 \times 10^{-8}\end{aligned}$$

码字中有且仅有2位二进制码错误引起的错字率为

$$\begin{aligned}P_{w2} &= C_5^2 P_b^2 (1-P_b)^3 \\ &= 10 \times 10^{-16} \times (1-10^{-8})^3 \\ &= 10^{-15}\end{aligned}$$

码字中有2位以上二进制码错误引起的错字率远小于码字中有且仅有1位二进制码错误引起的错字率,可以略去不计,所以此时错字率 P_w 近似为

$$P_w \approx C_5^1 P_b (1-P_b)^4 \approx C_5^1 P_b = 5 \times 10^{-8}$$

第2章　基础知识

2.1　学习辅导

2.1.1　教学背景

本章是对本书所需的部分基础知识做简要的说明，主要是涉及“信号与系统”和“随机过程”这两门课程的主要结论。

通信系统所传输的信号和普遍存在的噪声都是随机的，所以对随机信号的分析非常重要。随机信号的分析方法和确定信号的分析方法有很多相同之处，而且是以确定信号为基础的。本章首先对确定信号的分析做必要的复习，然后对随机信号和噪声进行基本的介绍。

在本章的最后，还简单介绍了信道及信道容量的概念。信道是信号传输的媒介，信道容量是信道的极限传输能力。

2.1.2　学习目标

(1) 对确定信号写出傅里叶变换与反变换的定义式，了解傅里叶变换的运算特性。写出信号的能量谱与功率谱的定义式。了解波形的互相关函数和自相关函数的意义及区别。了解卷积的定义及其基本性质。

(2) 说明随机变量的定义，列出随机变量的数字特征。建立随机过程的概念，列出随机过程的统计特性。建立平稳随机过程的概念。

(3) 说明高斯随机过程的定义，了解高斯随机过程的性质。写出高斯随机过程的一维分布函数。分析高斯白噪声的物理意

义,说明高斯白噪声作为信道噪声模型的原因。

(4) 了解平稳随机过程通过线性系统后所产生的变化。

(5) 写出窄带随机过程的时域表示式。作为一个实例,了解窄带平稳高斯过程、同相分量及正交分量三者之间的统计特性和功率谱密度之间的关系。了解正弦波加窄带高斯过程的性质。

(6) 了解信道的定义及分类。解释调制信道的模型。了解恒参信道和随参信道的区别。写出信道容量公式,解释香农公式的物理意义。用香农公式计算典型例题。

2.1.3 学习要点

1. 确定信号的分析

- 信号的傅里叶变换与反变换,傅里叶变换的运算特性
- 信号的能量谱与功率谱
- 波形的互相关函数与自相关函数
- 卷积的定义及基本性质

2. 随机信号的分析

- 随机变量的定义和数字特征
- 随机过程的概念和统计特性
- 平稳随机过程的概念

3. 高斯随机过程

- 高斯随机过程的定义和性质
- 高斯随机过程的一维分布
- 高斯白噪声的物理意义及表达

4. 平稳随机过程通过系统的分析

- 平稳随机过程通过线性系统

5. 窄带随机过程

- 窄带随机过程的时域表示方法

- 窄带平稳高斯过程、同相分量及正交分量三者之间的关系
- 正弦波加窄带高斯过程的性质

6. 信道

- 信道的定义及分类
- 信道的数字模型特征
- 恒参及随参信道判断方法
- 信道容量

2.1.4 学习难点

1. 函数和冲激函数的卷积

单位冲激函数 $\delta(t)$定义为

$$\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases} \quad 且 \quad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1$$

$\delta(t)$函数的傅里叶变换公式为

$$\delta(t)\leftrightarrow 1$$

在时域中,函数 $f(t)$和函数 $\delta(t)$的卷积为

$$f(t)*\delta(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau=f(t)$$

上述结论又称为 $\delta(t)$函数的抽样特性。在讨论模拟信号的抽样和数字信号的无码间串扰时均要使用 $\delta(t)$函数。

2. 平稳随机过程的验证方法与各态历经性

平稳随机过程的数学期望和方差是与时间 t 无关的常数;平稳随机过程的自相关函数只是时间间隔 τ 的函数。

若平稳随机过程的各个统计平均值等于它的任何一个样本的相应时间平均值,即有

$$\begin{cases} a = \overline{a} \\ \sigma^2 = \overline{\sigma^2} \\ R(\tau) = \overline{R(\tau)} \end{cases}$$

则称为具有各态历经性的随机过程。通信系统中的随机过程一般都具有各态历经性。

3. 随机过程和功率谱密度的关系

随机过程或随机信号的时间波形没有确知的规律,所以没有确定的频谱函数。随机过程的频域特性可用功率谱密度描述。

功率信号的自相关函数与功率谱密度互为傅里叶变换关系,有

$$R(t) \leftrightarrow P(\omega)$$

这一变换关系通常称为维纳-辛钦关系,它为随机过程建立了时域和频域的联系。

4. 高斯白噪声和窄带高斯噪声

高斯白噪声是平稳高斯过程的一个具体实例,是通信信道中的噪声模型。高斯白噪声有两层含义。其一是幅度的一维概率密度函数为高斯分布,即

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2}$$

其二是功率谱密度在整个频率范围内都是均匀分布的,所以功率谱密度为常数,一般表示为

$$P_n(\omega) = \frac{n_0}{2}$$

高斯白噪声通过带通滤波器后形成窄带高斯噪声。窄带高斯噪声是窄带平稳高斯过程的一个具体实例。均值为零的窄带平稳高斯过程,其同向分量和正交分量同样是平稳高斯过程,而且它们三者的均值都为零,方差也相同。具体到窄带高斯

噪声 $n_i(t)$，用同向分量 $n_I(t)$ 和正交分量 $n_Q(t)$ 表示的时域表达式为

$$n_i(t) = n_I(t)\cos\omega_0 t - n_Q(t)\sin\omega_0 t$$

三者的均值都为零，即

$$E[n_i(t)] = E[n_I(t)] = E[n_Q(t)] = 0$$

三者有相同的方差，即平均功率相等，有

$$E[n_i^2(t)] = E[n_I^2(t)] = E[n_Q^2(t)] = N_i$$

在通信系统的抗噪声性能分析中要使用以上结论。

5. 对香农公式的理解

香农公式的表达式为

$$C = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)(\text{bit/s})$$

上式主要讨论了信道容量 C、带宽 B 和信噪比 S/N 之间的关系，是信息传输中非常重要的公式。对香农公式的认识不能只停留在公式表面上，要结合物理意义加以理解。

当信道容量 C 一定时，带宽 B 和信噪比之间可以互换。但是由于增加带宽会增加噪声功率，信道容量存在极限值。所以即使带宽无限大，信道容量仍是有限的。香农公式给出了通信系统所能达到的极限信息传输速率。

2.1.5　学习后记

本章是对通信系统和信号进行分析的数学基础，这些内容为通信系统的时域和频域分析、抗噪声性能分析等提供了数学工具。

对于缺少相关数学知识的读者不必要求理解本章的全部内容，在后面的章节中针对具体问题先通过背景知识建立物理模型，再对照本章的相关内容进行学习并查找具体结论，也能了解定性分析和定量分析之间的联系。

2.2 习题解答

2.1 已知 $\cos\omega_0 t$ 与 $\sin\omega_0 t$ 是互为正交的函数,问 $\cos(\omega_0 t+\theta)$ 与 $\sin(\omega_0 t+\theta)$ 是否也正交并说明理由。其中 θ 是 $(0,2\pi)$ 均匀分布的随机变量。

解 $\cos(\omega_0 t+\theta)$ 与 $\sin(\omega_0 t+\theta)$ 正交,理由如下:

当 θ 是 $(0,2\pi)$ 均匀分布的随机变量时,有

$$E[\cos(\omega_0 t+\theta)\sin(\omega_0 t+\theta)]=\int_0^{2\pi}\cos(\omega_0 t+\theta)\sin(\omega_0 t+\theta)\cdot\frac{1}{2\pi}\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\sin2(\omega_0 t+\theta)\mathrm{d}\theta=0$$

所以,$\cos(\omega_0 t+\theta)$ 与 $\sin(\omega_0 t+\theta)$ 正交。

2.2 设随机变量 θ 在 $(0,2\pi)$ 内均匀分布,求 $A\sin\theta$ 的数学期望,其中 A 为常数。

解 由于 θ 是在 $(0,2\pi)$ 内均匀分布的,所以 $A\sin\theta$ 的数字期望为

$$E(A\sin\theta)=A\cdot E(\sin\theta)=A\cdot\int_0^{2\pi}\sin\theta\cdot\frac{1}{2\pi}\mathrm{d}\theta=0$$

2.3 已知随机过程 $X(t)=A\cos(\omega_c t+\theta)$,其中 θ 是在 $(0,2\pi)$ 内均匀分布的随机变量。试证明 $X(t)$ 是广义平稳的。

证明 由于 θ 是在 $(0,2\pi)$ 内均匀分布的,所以 $X(t)$ 的数学期望和自相关函数分别为

$$E[X(t)]=E[A\cos(\omega_c t+\theta)]$$

$$=A\cdot\int_0^{2\pi}\cos(\omega_c t+\theta)\cdot\frac{1}{2\pi}\mathrm{d}\theta=0$$

$$R_X(t,t+\tau)=E\{A\cos(\omega_c t+\theta)\cdot A\cos[\omega_c(t+\tau)+\theta]\}$$

$$=A^2\cdot E\{\cos(\omega_c t+\theta)\cos[\omega_c(t+\tau)+\theta]\}$$

$$=A^2\cdot E\left[\frac{1}{2}\cos(2\omega_c t+\omega_c\tau+\theta)+\frac{1}{2}\cos\omega_c\tau\right]$$

$$= A^2 \cdot \left\{E\left[\frac{1}{2}\cos(2\omega_c t + \omega_c\tau + \theta)\right] + E\left[\frac{1}{2}\cos\omega_c\tau\right]\right\}$$

$$= \frac{A^2}{2}\cos\omega_c\tau$$

由此可见，$X(t)$的数学期望与时间无关，而其自相关函数仅与 τ 有关，因此 $X(t)$是广义平稳的。

2.4　试求题 2.3 中的随机相位余弦波 $X(t)$的时间平均值 $\overline{a}$ 和时间平均自相关函数$\overline{R(\tau)}$。

解　根据题 2.3 可知 $X(t)=A\cos(\omega_c t+\theta)$为平稳随机过程，由教材式(2-111)并综合题 2.3 的解答可知 $X(t)$的时间平均值$\overline{a}$ 和时间平均自相关函数分别为

$$\overline{a} = a = E[X(t)] = E[A\cos(\omega_c t + \theta)] = 0$$

$$\overline{R(\tau)} = R(\tau) = \frac{A^2}{2}\cos\omega_c\tau$$

2.5　设 $n(t)$是双边功率谱密度为 $n_0/2$ 的白噪声，它作用在一个 RC 低通滤波器上，如图题 2-5 所示。求滤波器输出噪声 $n_o(t)$的功率谱密度和自相关函数，并作图与输入噪声作比较。

图题 2-5

解　RC 低通滤波器的传递函数为

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

设输入噪声的功率谱密度为 $P_i(\omega)$，由教材式(2-145)可求出输出过程的功率谱密度为

$$P_o(\omega) = P_i(\omega)\ |\ H(\omega)\ |^2 = \frac{n_0}{2[1 + (\omega RC)^2]}$$

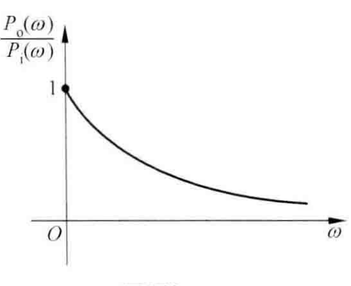
相对应的自相关函数为

$$R_o(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_o(\omega)\,e^{j\omega\tau}\,d\omega$$

$$= \frac{n_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + (\omega RC)^2}\,e^{j\omega\tau}\,d\omega$$

$$= \frac{n_0}{4RC} e^{-|\tau|/RC}$$

滤波器输出噪声功率谱密度与输入噪声功率谱密度的关系如图题解 2-5 所示。



图题解 2-5

2.6　将均值为 0、功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声 $n(t)$ 加到图题 2-6 所示的 LR 低通滤波器的输入端。

(1) 求输出噪声 $n_o(t)$ 的自相关函数；

(2) 求输出噪声 $n_o(t)$ 的方差。

L
n(t)　C　$n_o(t)$

图题 2-6

解　(1) 低通滤波器的传递函数为

$$H(\omega) = \frac{R}{R + \mathrm{j}\omega L}$$

设输入噪声的功率谱密度为 $P_i(\omega)$，由教材式(2-145)可求出输出噪声 $n_o(t)$ 的功率谱密度是

$$P_o(\omega) = P_i(\omega) \mid H(\omega) \mid^2 = \frac{n_0 R^2}{2[R^2 + (\omega L)^2]}$$

因此，$n_o(t)$ 的自相关函数为

$$R_o(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_o(\omega) e^{\mathrm{j}\omega\tau} \mathrm{d}\omega$$

$$= \frac{n_0}{4\pi} \cdot \left(\frac{R}{L}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega^2 + \left(\frac{R}{L}\right)^2} e^{\mathrm{j}\omega\tau} \mathrm{d}\omega$$

$$= \frac{Rn_0}{4L} e^{-\frac{R}{L}|\tau|}$$

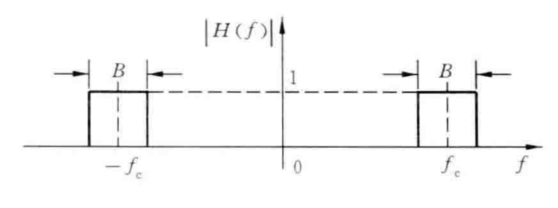
(2) 输出噪声 $n_o(t)$的方差为

$$\sigma_n^2 = R_o(0) = \frac{Rn_0}{4L}$$

2.7 将一个均值为0、功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声 $n(t)$加到一个中心频率为 f_c、带宽为 B 的理想带通滤波器上，如图题 2-7 所示。

(1) 求滤波器输出噪声 $n_o(t)$的自相关函数；

(2) 写出输出噪声 $n_o(t)$的一维概率密度函数。



图题 2-7

解 (1) 高斯白噪声的功率谱密度为

$$P_i(f) = \frac{n_0}{2}$$

由图题 2-7 可知理想带通滤波器的传递函数为

$$H(f) = \begin{cases} 1, & f_c - \dfrac{B}{2} \leqslant |f| \leqslant f_c + \dfrac{B}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

所以,滤波器输出噪声的功率谱密度为

$$\begin{aligned} P_o(f) &= P_i(f) \mid H(f) \mid^2 \\ &= \frac{n_0}{2}\left[\mathrm{rect}\left(\frac{f - f_c}{B}\right) + \mathrm{rect}\left(\frac{f + f_c}{B}\right)\right] \end{aligned}$$

根据平稳随机过程的性质,可得输出噪声的自相关函数为

$$R_o(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P_o(f) e^{j2\pi f\tau} df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_0}{2}\left[\mathrm{rect}\left(\frac{f-f_c}{B}\right)+\mathrm{rect}\left(\frac{f+f_c}{B}\right)\right]e^{j2\pi f\tau}\mathrm{d}f$$

$$= n_0 B\mathrm{Sa}(\pi B\tau)\cos(2\pi f_c\tau)$$

(2) 高斯过程 $n(t)$ 通过线性系统后的输出仍是高斯过程，即为 $n_o(t)$，同时

$$E[n_o(t)] = E[n(t)]\cdot H(0) = 0$$

$$D[n_o(t)] = R(0) = n_0 B$$

因此，输出噪声的一维概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n_0 B}}\exp\left(-\frac{x^2}{2n_0 B}\right)$$

2.8　若 $\xi(t)$ 是平稳随机过程，自相关函数为 $R_\xi(\tau)$，试求它通过如图题 2-8 系统后的自相关函数及功率谱密度。

输入　相加　输出
延时 T

图题 2-8

解　输入随机过程为 $\xi(t)$，设输入随机过程的功率谱密度为 $P_\xi(\omega)$，由维纳-辛钦关系可知

$$R_\xi(\tau)\leftrightarrow P_\xi(\omega)$$

再由图题 2-8 可知该系统的传递函数为

$$H(\omega) = 1 + e^{-j\omega T}$$

由教材式(2-145)，可知输出过程的功率谱密度

$$P_o(\omega) = P_\xi(\omega)\mid H(\omega)\mid^2 = 2P_\xi(\omega)(1+\cos\omega T)$$

而其自相关函数

$$R_o(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_o(\omega)e^{j\omega\tau}\mathrm{d}\omega$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_\xi(\omega)(1+\cos\omega T)e^{j\omega\tau}\mathrm{d}\omega$$

$$= 2R_\xi(\tau) + R_\xi(\tau - T) + R_\xi(\tau + T)$$

2.9　已知信道的结构如题图 2-8 所示，求信道的传输特性和冲激响应，说明是恒参信道还是随参信道，并说明何种信号经过信道的失真可以忽略。

解　由图题 2-8 可知信道的冲激响应为

$$h(t)=\delta(t)+\delta(t-T)$$

传递函数为

$$H(f)=1+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fT}$$

由于冲激响应与传递函数不随时间变化而变化，所以该信道为恒参信道。它是一个二径信道，信道的相干带宽为 $B=1/T$，因此，输入信号的带宽远小于 $1/T$ 时，输出的失真将可以忽略。

2.10 计算机终端通过电话信道传输计算机数据，电话信道带宽为 3.4kHz。

(1) 信道输出的信噪比为 30dB 时的信道容量；

(2) 当信道传输 4800bit/s 的数据时要求输出的最小信噪比为多少分贝？

解 (1) 由题目条件可知信道带宽

$$B=3.4(\mathrm{kHz})$$

信道输出的信噪比为 30dB，即

$$\frac{S}{N}=10^{\frac{30}{10}}=1\times 10^{3}$$

以上数据代入香农公式，可求出信道容量为

$$C=B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)=3.4\cdot\log_2(1+1000)=33.87(\mathrm{kbit/s})$$

(2) 信道传输 4800bit/s 的数据时，信道容量

$$C=4800(\mathrm{bit/s})$$

信道带宽 B 为 3.4kHz，将以上数据代入，由香农公式可列出

$$\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)=\frac{C}{B}$$

可得

$$\frac{S}{N}=2^{\frac{C}{B}}-1=2^{\frac{4800}{3400}}-1=1.66,\quad 合\ 2.2\mathrm{dB}$$

2.11 已知彩色电视图像由 5×10^{5} 个像素组成。设每个像素有 64 种彩色度，每种彩色度有 16 个亮度等级。如果所有彩色度和亮度等级的组合机会均等且统计独立。

(1) 试计算每秒传送 100 个画面所需要的信道容量；

(2) 如果接收信噪比为30dB,计算所需的信道带宽。

解 (1) 每种像素携带的平均信息量为

$$H(x) = \log_2(16 \times 64) = 10(\text{bit/sym})$$

每个画面的平均信息量为

$$I = 5 \times 10^5 \times 10 = 5 \times 10^6(\text{bit})$$

当信道容量取信息速率时,每秒传送100个画面所需的信道容量为

$$C = 100I = 100 \times 5 \times 10^6 = 5 \times 10^8(\text{bit/s})$$

(2) 当信道容量取信息速率时,即

$$R_b = C = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

由接收信噪比为30dB可得

$$\frac{S}{N} = 10^{\frac{30}{10}} = 1000$$

由此,可计算信道带宽为

$$B = \frac{R_b}{\log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)} = \frac{5 \times 10^8}{\log_2(1001)} \approx \frac{5 \times 10^8}{10} = 50(\text{MHz})$$

第3章　模拟调制系统

3.1　学习辅导

3.1.1　教学背景

通信的目的是实现信息的有效传输。携带信息的信号有基带信号和频带信号。基带信号的频谱从零频或低频开始，频带信号的频谱分布在带通型的某一频带内。在大多数情况下信道是带通型的，所以需要采用频带信号的传输。调制的目的是把基带信号的频谱搬移到较高的频率上，以实现信号在带通型信道上的传输。

按基带信号的不同，调制分为模拟调制和数字调制。按已调信号频谱和基带信号频谱之间的关系，模拟调制又分为线性调制和非线性调制。线性调制指的是已调信号频谱是基带信号频谱的线性搬移，非线性调制指的是已调信号频谱不是基带信号频谱的线性搬移。

线性调制又称为幅度调制，包括常规调幅、双边带调制、单边带调制和残留边带调制。非线性调制又称为角调制，角调制包括相位调制和频率调制。

模拟线性调制的实现方法简单，带宽不超过基带信号带宽的 2 倍，抗噪声性能较差。角调制中宽带调频信号的实现方法比模拟线性调制复杂，带宽超过基带信号带宽的 2 倍，抗噪声性能较强。宽带调频信号的应用更加广泛。

3.1.2 学习目标

(1) 解释模拟调制的含义。解释模拟线性调制和模拟非线性调制的含义。

(2) 列出常规调幅信号的时域表达式和频域表达式,计算信号带宽,计算调幅指数和调制效率,画出调制和解调框图。

(3) 列出双边带信号的时域表达式和频域表达式,计算信号带宽,画出调制和解调框图。

(4) 画出滤波法形成单边带信号的框图,对应滤波法列出单边带信号的频域表达式,计算信号带宽。画出相移法形成单边带信号的框图,对应相移法列出单边带信号的时域表达式。画出单边带信号相干解调的框图。

(5) 画出用滤波法形成残留边带信号的框图,对应滤波法列出残留边带信号的频域表达式。通过相干解调的过程解释残留边带滤波器的特性。

(6) 建立通信系统的抗噪声性能分析模型,列出抗噪声性能的指标。建立线性调制相干解调的抗噪声性能分析模型,了解信噪比增益公式的推导过程,计算信噪比实例。建立常规调幅包络检波的抗噪声性能分析模型,了解信噪比增益公式的推导过程,计算信噪比实例。比较各种线性调制信号的抗噪声性能。

(7) 解释角调制的含义。

(8) 比较窄带调频信号和常规调幅信号的异同点。

(9) 对于宽带调频信号:

① 列出单频调制的宽带调频信号的时域表达式和频域表达式。

② 熟练使用卡森公式计算宽带调频信号的带宽。

③ 用倍频法实现宽带调频信号的产生。

（10）建立宽带调频鉴频解调的抗噪声性能分析模型，了解信噪比增益公式的推导过程，计算信噪比实例。比较宽带调频信号和线性调制信号的抗噪声性能。

（11）了解预加重技术改善输出信噪比的原理和作用。

（12）说明复用的定义，分析频分复用的原理，用模拟调制实现频分复用。

（13）举例说明模拟通信系统的应用。

3.1.3 学习要点

1. 模拟线性调制系统

（1）常规调幅

- 时域表达式，时域波形，调幅指数
- 频域表达式，频谱图，信号的带宽
- 常规调幅信号的功率，调制效率
- 常规调幅信号的调制和解调

（2）抑制载波双边带调幅

- 时域表达式，时域波形
- 频域表达式，频谱图，信号的带宽
- 双边带信号的调制与解调

（3）单边带调制

- 用滤波法形成单边带信号，单边带信号的频域表达式及带宽
- 用相移法形成单边带信号，单边带信号的时域表达式
- 单边带信号的相干解调

（4）残留边带调制

- 用滤波法形成残留边带信号，频域表达式及带宽
- 残留边带滤波器的特性
- 残留边带信号的相干解调和插入大载波的包络检波

(5) 线性调制系统的抗噪声性能

- 通信系统的抗噪声性能分析模型
- 抗噪声性能的指标:输出信噪比、信噪比增益
- 双边带调制相干解调的抗噪声性能
- 单边带调制相干解调的抗噪声性能
- 常规调幅包络检波的抗噪声性能

2. 模拟非线性调制系统

(1) 模拟角调制的基本概念

- 角调制的定义和表示
- 调频和调相的关系

(2) 宽带调频信号的描述和产生

- 单频调制的宽带调频信号的时域表达式和频域表达式
- 宽带调频信号的带宽,卡森公式
- 宽带调频信号的产生方法

(3) 宽带调频信号的抗噪声性能

- 宽带调频信号的抗噪声性能分析模型
- 宽带调频信号的抗噪声性能推导和计算
- 增加传输带宽可换取信噪比的改善
- 宽带调频信号的非相干解调有门限效应

(4) 频分复用

- 复用的定义和目的
- 频分复用的定义和原理
- 频分复用的实现方法

(5) 模拟通信系统的应用

- 模拟通信系统的组成实例
- 模拟通信系统的典型应用

3.1.4　学习难点

1. 调制信号、载波和已调信号

调制信号即基带信号，指来自信源的消息信号。当基带信号是模拟信号时通常称为模拟调制信号，当基带信号是数字信号时通常称为数字基带信号。

载波指未受调制的周期性振荡信号，如正(余)弦波或周期性脉冲信号。第 3 章使用的是正(余)弦波，相应的调制称为连续波调制。

已调信号是载波经过调制后的信号，通常以调制方式作为已调信号的名称，例如幅度调制信号、频率调制信号等。

2. 线性调制和非线性调制

线性调制指的是已调信号频谱是基带信号频谱的线性搬移，非线性调制指的是已调信号频谱不是基带信号频谱的线性搬移。

线性调制又称为幅度调制，包括常规调幅、双边带调制、单边带调制和残留边带调制。

非线性调制又称为角度调制，包括相位调制和频率调制。

3. 相干载波和相干解调

在调制中使用的载波称为调制载波。在线性调制信号的解调时，为了实现已调信号的频谱搬移，接收机中使用的载波和调制载波同频同相，所以接收机中的载波称为相干载波，相应的解调方法称为相干解调。

一般来说相干载波要从接收信号中提取。对接收信号进行处理，使之具有载波分量(或载波倍频分量)后进行提取。提取的方法有直接提取和锁相环提取。直接提取载波的方法简单，但提取的载波不够稳定。锁相环提取载波的方法复杂，但提取的载波比较稳定。

有些发射机在发送已调信号的同时发送导频信号,接收机用滤波器滤出导频信号后将其放大作为解调载波使用。

4. 非相干解调方法和门限效应

相干解调没有门限效应。相干解调器由相乘器和低通滤波器组成,在解调过程中信号和噪声可以分开处理,所以没有门限效应。

常规调幅信号的非相干解调指的是包络检波,宽带调频信号的非相干解调指的是鉴频器解调。在非相干解调过程中信号和噪声无法分开处理。只有当输入信噪比较高时解调器的输出信噪比才能达到使用要求。当输入信噪比低于一定数值时,解调器的输出信噪比急剧恶化,这种现象称为门限效应。出现门限效应时的输入信噪比称为门限值。门限效应由解调器的非线性解调作用引起,原则上说是无法避免的。在某些场合可通过技术手段降低门限值,也称为门限值的扩展。

5. 宽带调频信号的功率分配

对于调频信号信号来说,已调信号和未调制载波的幅度是相同的,所以调频信号的功率和未调载波的功率相同。也就是说,调频信号的功率与调制过程及调频指数无关。

宽带调频信号的功率包括载波分量的功率和边频分量的功率,调制信号改变时载波分量的功率和边频分量的功率随之变化,但总功率保持不变。调制信号对调频信号的功率没有贡献,其作用是改变调频信号功率的分配。

6. 总结宽带调频信号的特点

宽带调频信号是非线性调制信号,已调信号频谱不是基带信号频谱的线性搬移。宽带调频信号的带宽大于基带信号带宽的2倍,而且带宽随调频指数增大而增大。宽带调频信号的抗噪声性能明显优于模拟线性调制信号,增加传输带宽可得到信噪比的改善,具有以带宽换取信噪比的重要特性。宽带调频信

号的非相干解调有门限效应。

7. 几组有关联的定义

（1）单边带宽和双边带宽

单边带宽指的是信号在正频率一侧的带宽，双边带宽指的是信号在正、负频率两侧的带宽。实际的信号只有在正频率一侧的带宽，即单边带宽。使用双边带宽是为了在频域中分析问题的方便。

（2）噪声的单边功率谱密度和双边功率谱密度、窄带噪声功率

噪声的单边功率谱密度指的是噪声功率只在正频率一侧的分布，通常用 n_0 表示。双边功率谱密度指的是噪声功率在正、负频率两侧的分布，通常用 $n_0/2$ 表示。窄带噪声功率可以由单边功率谱密度 n_0 和单边带宽 B 求出，也可以由双边功率谱密度 $n_0/2$ 和双边带宽 $2B$ 求出，其结果是一致的。在提到信道条件时，有时使用单边功率谱密度 n_0，有时使用双边功率谱密度 $n_0/2$。

（3）单边带信号和双边带信号

单边带信号是指经过调制以后只有一个边带的信号，其带宽 B 与基带信号带宽 W 相同。双边带信号是指经过调制以后有两个边带的信号，其带宽 B 是基带信号带宽 W 的2倍。

3.1.5 学习后记

以通信系统的信道中传输的信号是模拟信号还是数字信号，将通信方式分为模拟通信和数字通信。

第3章讨论了模拟通信系统。模拟通信是最早发展起来的通信方式。模拟通信系统的组成简单，信号占用的带宽窄，但是抗噪声性能差。模拟通信目前主要应用于电视和广播。

数字通信是在模拟通信的基础上发展起来的通信方式。数字通信有模拟通信不可比拟的优点，数字通信自20世纪60年

代以来发展极为迅速,逐渐替代模拟通信,到20世纪80年代已成为主流的通信方式。

大量需要传输的信号是模拟信号,为了用数字通信系统传输模拟信号,首先要设法把模拟信号转换为数字信号,然后用数字通信系统进行传输。

第4章将讨论通过数字化手段把模拟信号转换为数字信号。第5章和第6章将讨论数字信号的传输。

3.2 习题解答

3.1 幅度为 A_0 的载波受到幅度为 A_m 的单频余弦波调制产生调幅波。

(1) 试画出其时间波形;

(2) 试画出其频谱组成;

(3) 指出什么时候开始过调幅。

解 由题目已知条件可写出此调幅波的时域表达式为

$$s_{AM}(t)=(A_0+A_m\cos\omega_m t)\cos\omega_c t$$

(1) 调幅波的时间波形如图题解3-1(a)所示。

(2) 已知调幅波的时域表达式后,通过傅里叶变换可求出它的频谱为

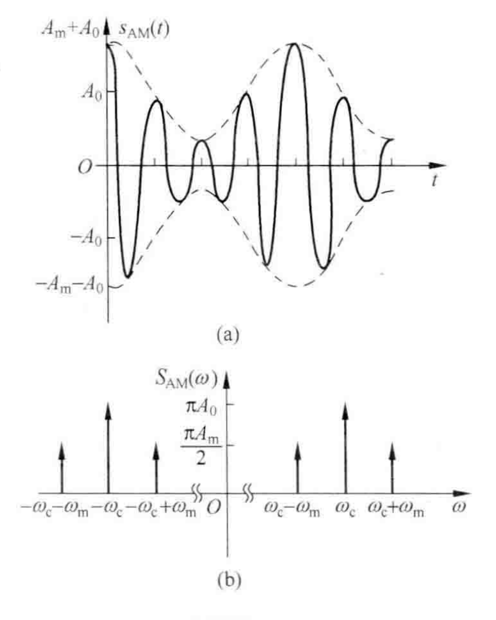
$$\begin{aligned}S_{AM}(\omega)=&\pi A_0[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]\\&+\frac{\pi A_m}{2}[\delta(\omega-\omega_c-\omega_m)+\delta(\omega+\omega_c+\omega_m)\\&+\delta(\omega-\omega_c+\omega_m)+\delta(\omega+\omega_c-\omega_m)]\end{aligned}$$

频谱组成如图题解3-1(b)所示。

(3) 载波的幅度为 A_0,调制信号为单频余弦波,幅度为 A_m,根据调幅波的性质可知当 $A_m>A_0$ 时出现过调幅。

3.2 使用题3.1的AM波。

(1) 试求在 $A_m=\frac{1}{4}A_0,\frac{1}{2}A_0,\frac{3}{4}A_0$ 和 A_0 时的总边带功率;



图题解 3-1

(2) 画出调制效率与调幅指数 A_m/A_0 的依赖关系。

解 (1) 题 3.1 中的 AM 波表达式为

$$s_{AM}(t) = (A_0 + A_m\cos\omega_m t)\cos\omega_c t$$

调制信号 $f(t)$表达式为

$$f(t) = A_m\cos\omega_m t$$

调幅波的边带功率计算公式为

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2}$$

可求此调幅波的边带功率为

$$P_f = \frac{\overline{(A_m\cos\omega_m t)^2}}{2} = \frac{1}{4}A_m^2$$

所以,当 $A_m = \frac{1}{4}A_0$ 时:

$$P_f = \frac{1}{4}A_m^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_0^2}{16} = \frac{A_0^2}{64}$$

当 $A_m = \frac{1}{2}A_0$ 时：

$$P_f = \frac{1}{4}A_m^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_0^2}{4} = \frac{A_0^2}{16}$$

当 $A_m = \frac{3}{4}A_0$ 时：

$$P_f = \frac{1}{4}A_m^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{9A_0^2}{16} = \frac{9A_0^2}{64}$$

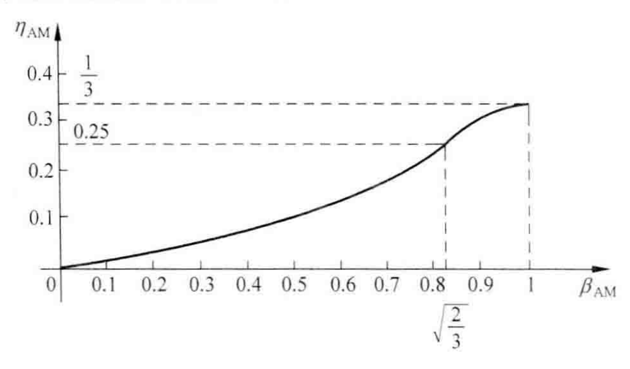
当 $A_m = A_0$ 时：

$$P_f = \frac{1}{4}A_m^2 = \frac{A_0^2}{4}$$

(2) 调制效率 η_{AM} 与调幅指数 β_{AM} 的关系式为

$$\eta_{AM} = \frac{P_f}{P_{AM}} = \frac{P_f}{P_c + P_f} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A_0^2 + \overline{f^2(t)}} = \frac{A_m^2}{2A_0^2 + A_m^2} = \frac{\beta_{AM}^2}{2 + \beta_{AM}^2}$$

上式经数学推导可知，调制效率 η_{AM} 随调幅指数 β_{AM} 增大而增大，其中在 $\beta_{AM} = \sqrt{2/3}$ 处有拐点。由此可画出调制效率与调幅指数的依赖关系，如图题解 3-2 所示。



图题解 3-2

3.3　如果调制信号改为峰-峰值为 $2A_m$ 的方波，重复题 3.2 的内容，并进行比较。

解　(1) 调幅波的边带功率计算公式为

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2}$$

当 $f(t)$ 为峰-峰值为 $2A_m$ 的方波时，边带功率为

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{A_m^2}{2}$$

所以，当 $A_m = \frac{1}{4}A_0$ 时：

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_0^2}{16} = \frac{A_0^2}{32}$$

当 $A_m = \frac{1}{2}A_0$ 时：

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_0^2}{4} = \frac{A_0^2}{8}$$

当 $A_m = \frac{3}{4}A_0$ 时：

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9A_0^2}{16} = \frac{9A_0^2}{32}$$

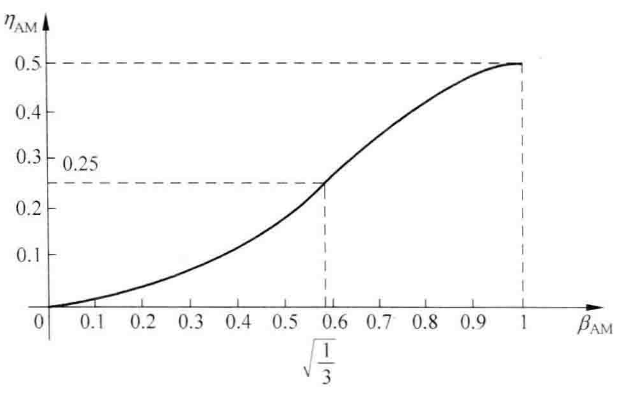
当 $A_m = A_0$ 时：

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{A_0^2}{2}$$

(2) 调制效率 η_{AM} 与调幅指数 β_{AM} 的关系式为

$$\eta_{AM} = \frac{P_f}{P_{AM}} = \frac{P_f}{P_c + P_f} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A_0^2 + \overline{f^2(t)}} = \frac{A_m^2}{A_0^2 + A_m^2} = \frac{\beta_{AM}^2}{1 + \beta_{AM}^2}$$

上式经数学推导可知，调制效率 η_{AM} 随调幅指数 β_{AM} 增大而增大，其中在 $\beta_{AM} = \sqrt{1/3}$ 处有拐点。由此可画出调制效率与调幅指数的依赖关系，如图题解 3-3 所示。



图题解 3-3

3.4 如果原来是100%的单音调幅波通过滤波器后使其上边带幅度降低一半,试求其输出波形的时间表示式。

解 100%的单音调幅波可表示为

$$s_{AM}(t) = (A_0 + A_m \cos\omega_m t)\cos\omega_c t$$

由傅里叶变换可求出其频谱为

$$\begin{aligned} S_{AM}(\omega) =& \pi A_0[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)] \\ &+ \frac{1}{2}\pi A_m[\delta(\omega-\omega_c-\omega_m)+\delta(\omega+\omega_c+\omega_m)] \\ &+ \frac{1}{2}\pi A_m[\delta(\omega-\omega_m+\omega_c)+\delta(\omega+\omega_m-\omega_c)] \end{aligned}$$

调幅波经过滤波器后其上边带幅度降低一半,则其输出波形的频谱为

$$\begin{aligned} S_{AM}(\omega) =& \pi A_0[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)] \\ &+ \frac{1}{4}\pi A_m[\delta(\omega-\omega_c-\omega_m)+\delta(\omega+\omega_c+\omega_m)] \\ &+ \frac{1}{2}\pi A_m[\delta(\omega-\omega_m+\omega_c)+\delta(\omega+\omega_m-\omega_c)] \end{aligned}$$

根据傅里叶反变换,可求出输出波形的时域表达式为

$$s_{AM}(t) = A_0 \cos\omega_c t + \frac{A_m}{4}\cos[(\omega_c + \omega_m)t] + \frac{A_m}{2}\cos[(\omega_c - \omega_m)t]$$

3.5　已知一个 AM 发射机的负载为 50Ω 电阻，未调制时负载上的平均功率为 100W，当调幅器输入端所加单频正弦测试信号的峰值幅度是 5V 时，在负载上的平均功率增高 50%，试求：

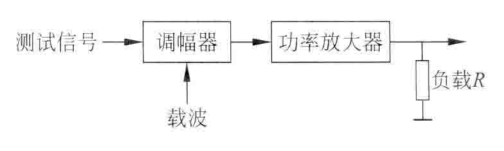
(1) 每个边带的平均输出功率；

(2) 负载上的调幅指数；

(3) 负载上的调幅波形的峰值幅度；

(4) 当调制正弦波的幅度减小到 2V 时，求负载上的平均功率。

解　由题目条件可画出 AM 发射机的示意图，如图题解 3-5 所示。



图题解 3-5

(1) 由题目条件可知当调幅器未调制时负载上的平均功率为 100W，即负载上的载波功率

$$P_c = 100(\text{W})$$

当调幅器输入端所加单频正弦信号的峰值幅度是 5V 时，在负载上的平均功率增高 50%，即此时负载上的调幅信号的功率为

$$P_{AM} = 100 \times (1 + 50\%) = 150(\text{W})$$

调幅信号的功率为载波功率与边带功率之和，由此可求出边带功率为

$$P_f = P_{AM} - P_c = 50(\text{W})$$

所以，每个边带的平均输出功率为

$$\frac{1}{2}P_f = 25(\text{W})$$

(2) 调幅波的调制效率 η_{AM} 与调幅指数 β_{AM} 的关系为

$$\eta_{AM} = \frac{P_f}{P_{AM}} = \frac{\beta_{AM}^2}{2+\beta_{AM}^2}$$

把 $P_{AM}=150\text{W}$,$P_f=50\text{W}$ 代入上式中,可求出调幅指数为

$$\beta_{AM} = 1$$

(3) 负载上的载波功率的计算式为

$$P_c = \frac{A_0^2}{2R}$$

载波幅度可表示为

$$A_0 = \sqrt{2RP_c}$$

把 $P_c=100\text{W}$,$R=50\Omega$ 代入上式中,可求出负载上的载波幅度为

$$A_0 = \sqrt{2RP_c} = 100(\text{V})$$

又由调幅指数的定义,可知负载上的调制信号幅度为

$$A_m = \beta_{AM}A_0$$

把 $\beta_{AM}=1$ 代入上式中,可求出负载上的调制信号幅度为

$$A_m = \beta_{AM}A_0 = 1\times 100 = 100(\text{V})$$

所以,负载上的调幅波形的峰值幅度为

$$A_0 + A_m = 200(\text{V})$$

(4) 调幅波的边带功率计算公式为

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2}$$

本题中调幅波的边带功率为

$$P_f = \frac{1}{4}A_m^2$$

即本题中调幅波的边带功率只与调制正弦波的幅度有关,设调制正弦波改变前后的幅度分别用 A_m 和 A_{m1} 来表示,那么改变前后的边带功率 P_f 和 P_{f1} 有如下关系:

$$\frac{P_{f1}}{P_f} = \left(\frac{A_{m1}}{A_m}\right)^2$$

当正弦波的幅度由5V减小到2V时,可求出

$$P_{f1} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 P_f = 8(\text{W})$$

由于载波功率没有改变，所以此时输出端的平均输出功率 P_{AM1} 为

$$P_{AM1} = P_c + P_{f1} = 108(\text{W})$$

3.6　把载波 $A_0\cos\omega_c t$ 和信号 $f(t)$ 之和 $x(t)$ 加到一个平方律器件上，其输出为 $y(t)=kx^2(t)$，k 为常数。

(1) 求输出信号，在输出端出现什么类型信号?

(2) 为了得到不失真的调幅信号，ω_c 与信号带宽的关系应如何?

解　(1) 根据题目叙述的信号流程，可知输出信号为

$$\begin{aligned} y(t) &= kx^2(t) = k[A_0\cos\omega_c t + f(t)]^2 \\ &= k[A_0^2\cos^2\omega_c t + 2A_0 f(t)\cos\omega_c t + f^2(t)] \\ &= k\left[A_0^2\,\frac{\cos 2\omega_c t + 1}{2} + 2A_0 f(t)\cos\omega_c t + f^2(t)\right] \\ &= k\left[\frac{A_0^2}{2} + 2A_0 f(t)\cos\omega_c t + \frac{A_0^2\cos 2\omega_c t}{2} + f^2(t)\right] \end{aligned}$$

从中可以看出，输出端信号包括直流、双边带信号、载波倍频项、信号平方项 4 种信号。

(2) 设 $f(t)$ 的最高频率为 ω_m，则 $f(t)$ 的频谱范围为 $[-\omega_m, \omega_m]$，$f^2(t)$ 的频谱范围为 $[-2\omega_m, 2\omega_m]$，$A_0 f(t)\cos\omega_c t$ 的频谱范围为 $[-\omega_c-\omega_m, -\omega_c+\omega_m]$ 和 $[\omega_c-\omega_m, \omega_c+\omega_m]$，$A_0^2\cos 2\omega_c t$ 的频谱是在 $\pm 2\omega_c$ 点上的两根谱线。为了得到不失真的调幅信号，要求输出信号的频谱不能有重叠，所以有

$$\omega_c - \omega_m \geqslant 2\omega_m$$

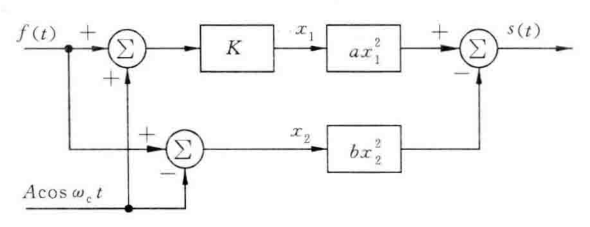
$$\omega_c \geqslant 3\omega_m$$

此时能得到不失真的调幅信号。

3.7　证明只要适当选择图题 3-7 中的放大器增益 K，不用滤波器即可实现抑制载波双边带调制。

证明　由图题 3-7 的框图可得求和输出信号为

$$s(t) = a[K(f(t) + A\cos\omega_c t)]^2 - b[f(t) - A\cos\omega_c t]^2$$



图题 3-7

$$=aK^2[f^2(t)+2Af(t)\cos\omega_c t+A^2\cos^2\omega_c t]$$
$$-b[f^2(t)-2Af(t)\cos\omega_c t+A^2\cos^2\omega_c t]$$
$$=(aK^2-b)f^2(t)+2(aK^2+b)Af(t)\cos\omega_c t$$
$$+A^2(aK^2-b)\cos^2\omega_c t$$

由上式可知,为了不用滤波器实现抑制载波双边带调制,应满足条件

$$aK^2-b=0$$

可求得 K 为

$$K=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$$

这时,输出信号为

$$s(t)=2(aK^2+b)Af(t)\cos\omega_c t$$

此信号为抑制载波的双边带信号。此题得证。

3.8 当调制信号为双频信号时,画出双边带信号的时间波形和频谱组成。其中,$f_1(t)=A\cos\omega_m t$,$f_2(t)=A\cos 2\omega_m t$,并且载频 $\omega_c=5\omega_m$。

解 当调制信号为双频信号时,设双边带信号为

$$s(t)=[f_1(t)+f_2(t)]\cos\omega_c t$$

由题意把 $f_1(t)=A\cos\omega_m t$,$f_2(t)=A\cos 2\omega_m t$,$\omega_c=5\omega_m$ 代入上式,可得双边带信号

$$s(t)=(A\cos\omega_m t+A\cos 2\omega_m t)\cos\omega_c t$$
$$=A(\cos\omega_m t+\cos 2\omega_m t)\cos\omega_c t$$

$$= A(\cos\omega_m t\cos\omega_c t + \cos 2\omega_m t\cos\omega_c t)$$

$$= \frac{A}{2}[\cos(\omega_c - \omega_m)t + \cos(\omega_c + \omega_m)t$$

$$+ \cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \cos(\omega_c + 2\omega_m)t]$$

$$= \frac{A}{2}[\cos 4\omega_m t + \cos 6\omega_m t + \cos 3\omega_m t + \cos 7\omega_m t]$$

双边带信号的时间波形如图题解 3-8(a)所示。

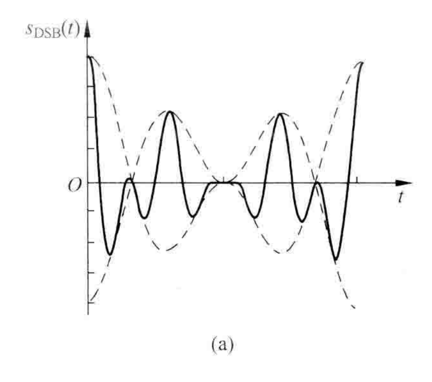
已知双边带信号的时域表达式后，通过傅里叶变换可求得双边带信号的频谱为

$$S(\omega) = \frac{\pi A}{2}[\delta(\omega - 4\omega_m) + \delta(\omega + 4\omega_m) + \delta(\omega - 6\omega_m)$$

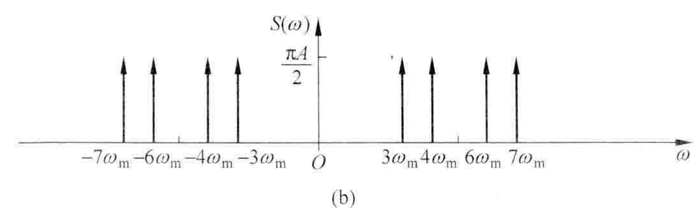
$$+ \delta(\omega + 6\omega_m) + \delta(\omega - 3\omega_m) + \delta(\omega + 3\omega_m)$$

$$+ \delta(\omega - 7\omega_m) + \delta(\omega + 7\omega_m)]$$

双边带信号的频谱如图题解 3-8(b)所示。



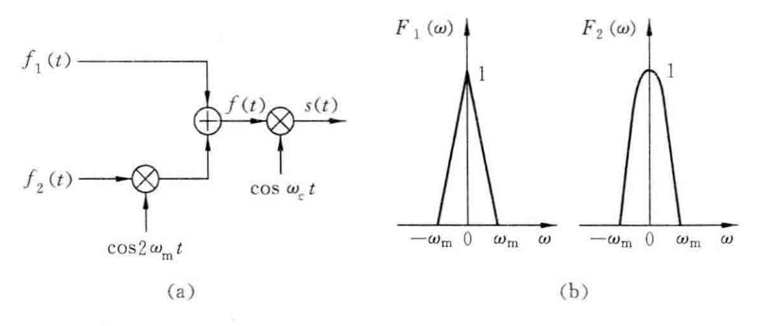
(a)



(b)

图题解 3-8

3.9 某通信系统发送部分如图题3-9(a)所示,其中 $f_1(t)$ 及 $f_2(t)$ 是要传送的两个基带调制信号,它们的频谱如图题3-9(b)所示。



图题3-9

(1) 写出合成信号 $f(t)$ 的频谱表达式,并画出其频谱图;

(2) 写出已调波 $s(t)$ 的频域表达式,并画出其频谱图。

解 (1) 根据图题3-9(a),可知合成信号

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)\cos 2\omega_m t$$

已知合成信号 $f(t)$ 的时域表达式后,通过傅里叶变换可求得合成信号 $f(t)$ 的频谱为

$$F(\omega) = F_1(\omega) + \frac{1}{2}[F_2(\omega - 2\omega_m) + F_2(\omega + 2\omega_m)]$$

结合图题3-9(b)可以画出合成信号 $f(t)$ 的频谱,如图题解3-9(a)所示。

(2) 根据图题3-9(a),可知已调波为

$$s(t) = f_1(t)\cos\omega_c t + f_2(t)\cos 2\omega_m t\cos\omega_c t$$

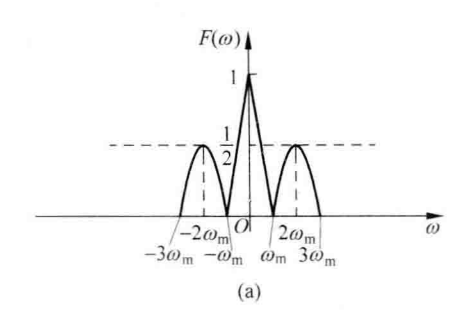
已知已调波 $s(t)$ 的时域表达式后,通过傅里叶变换可求得已调波 $s(t)$ 的频谱为

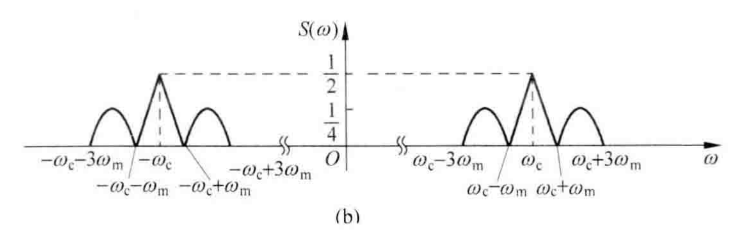
$$S(\omega) = \frac{1}{2}[F_1(\omega - \omega_c) + F_1(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{4}[F_2(\omega - \omega_c - 2\omega_m)$$

$$+F_2(\omega-\omega_c+2\omega_m)]+\frac{1}{4}[F_2(\omega+\omega_c-2\omega_m)$$

$$+F_2(\omega+\omega_c+2\omega_m)]$$

结合图题 3-9(b)可以画出已调波 $s(t)$的频谱，如图题解 3-9(b)所示。





图题解 3-9

3.10　设已调波为 $s_{DSB}(t)=f(t)\cos\omega_0 t$，通过理想传输后，若接收端相干载波相位误差为 $\Delta\theta$，试问若使解调信号是最大值的 90%，允许的 $\Delta\theta$ 是多少？

解　由题目条件可设相干载波为

$$c(t)=\cos(\omega_0 t+\Delta\theta)$$

接收端的已调波为

$$s_{DSB}(t)=f(t)\cos\omega_0 t$$

与相干载波相乘后为

$$s_{DSB}(t)\cdot c(t)=f(t)\cos\omega_0 t\cdot\cos(\omega_0 t+\Delta\theta)$$
$$=\frac{1}{2}f(t)\cos(2\omega_0 t+\Delta\theta)+\frac{1}{2}f(t)\cos\Delta\theta$$

相乘结果经 LPF 后输出为

$$s_d(t)=\frac{1}{2}f(t)\cos\Delta\theta$$

若要使解调信号是最大值的 90%，则要求

$$\cos\Delta\theta=90\%$$

可求出允许的相位误差为

$$\theta=25.8^\circ$$

3.11　若环行调制器中载波是方波，频率为 f_c，当调制信号是频率为 f_m 的单频余弦信号时，求已调信号的频谱。

解　设方波信号 $c(t)$对应的傅里叶级数表示式为

$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{j2n\pi f_c t}$$

与调制信号在环行调制器中相乘后为

$$c(t)\cdot f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n f(t)e^{j2n\pi f_c t}$$

取上式的傅里叶变换为

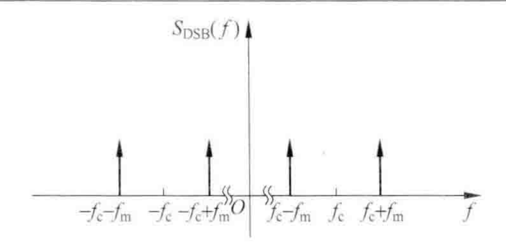
$$\mathcal{F}[c(t)\cdot f(t)]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n F(\omega-2n\pi f_c)$$

其中，$F(\omega)$为调制信号的傅里叶变换。

由上式可见，相乘信号的频谱是以 $\pm 2n\pi f_c$ 为中心频率的无数组抑制载波的双边带信号，经中心频率为 f_c 的带通滤波器后可得到一组抑制载波的双边带信号，可表示为

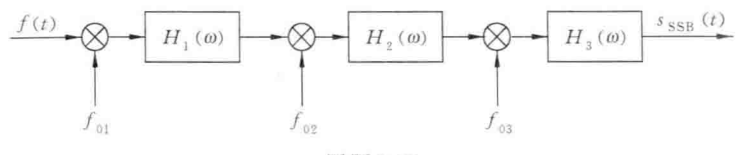
$$S_{DSB}(\omega)=C_1[F(\omega-2\pi f_c)+F(\omega+2\pi f_c)]$$
$$=C_1\pi[\delta(\omega-2\pi f_c-\omega_m)+\delta(\omega-2\pi f_c+\omega_m)+\delta(\omega+2\pi f_c-\omega_m)+\delta(\omega+2\pi f_c+\omega_m)]$$

由此可得已调信号频谱如图题解 3-11 所示。



图题解 3-11

3.12 试画出三级滤波法产生上边带信号的频谱搬移过程，调制系统如图题 3-12 所示。其中，$f_{01}=50\text{kHz}$，$f_{02}=5\text{MHz}$，$f_{03}=100\text{MHz}$，调制信号为 300～3400Hz 的话音信号。



图题 3-12

解 由题目条件可知，调制信号为 300～3400Hz 的语音信号，可画出语音信号的频谱图 $F(f)$ 如图 3-12(a)所示。第一级调制使用的载波频率 $f_{01}=50\text{kHz}$，调制后上边带与下边带的频率间隔为 600Hz，用第一级高通滤波器 $H_1(\omega)$ 滤出上边带信号 $F_1(f)$，频谱搬移过程如图题解 3-12(b)所示。用 $F_1(f)$ 作为调制信号，第二级调制使用的载波频率 $f_{02}=5\text{MHz}$，调制后上边带与下边带的频率间隔约为 100kHz，用第二级高通滤波器 $H_2(\omega)$ 滤出上边带信号 $F_2(f)$，频谱搬移过程如图题解 3-12(c)所示。用 $F_2(f)$ 作为调制信号，第三级调制使用的载波频率 $f_{03}=100\text{MHz}$，调制后上边带与下边带的频率间隔约为 10MHz，用第三级高通滤波器 $H_3(\omega)$ 滤出上边带信号 $F_3(f)$，频谱搬移过程如图题解 3-12(d)所示。

多级调制有效地增加了上边带与下边带的频率间隔，为滤波器的实现提供条件。

(a)

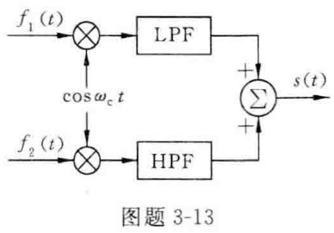
(b)

(c)

(d)

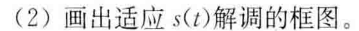
图题解 3-12

3.13 图题 3-13 的系统是同一个载波被 2 个消息信号进行 SSB 调幅的一种方式，LPF、HPF 分别为低、高通滤波器，截止频率均为 ω_c。



图题 3-13

(1) 当 $f_1(t)=\cos\omega_1 t$，$f_2(t)=\cos\omega_2 t$ 时，试推导 $s(t)$ 的表示式；



(2) 画出适应 $s(t)$ 解调的框图。

解　(1) 由图题 3-13 可知，在上支路中 $f_1(t)$ 与 $\cos\omega_c t$ 相乘后为

$$f_1(t)\cos\omega_c t = \cos\omega_1 t\cos\omega_c t = \frac{1}{2}\cos(\omega_c+\omega_1)t + \frac{1}{2}\cos(\omega_c-\omega_1)t$$

再经 LPF 滤波后输出为

$$\frac{1}{2}\cos(\omega_c-\omega_1)t$$

在下支路中 $f_2(t)$ 与 $\cos\omega_c t$ 相乘后为

$$f_2(t)\cos\omega_c t = \cos\omega_2 t\cos\omega_c t = \frac{1}{2}\cos(\omega_c+\omega_2)t + \frac{1}{2}\cos(\omega_c-\omega_2)t$$

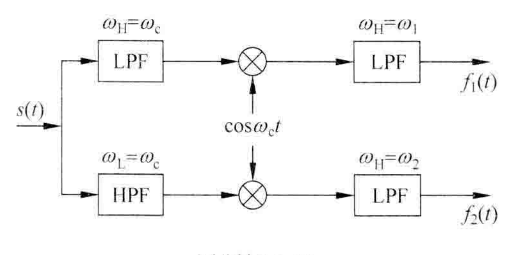
再经 HPF 滤波后输出为

$$\frac{1}{2}\cos(\omega_c+\omega_2)t$$

上支路中经滤波器输出的信号与下支路中经滤波器输出的信号相加后，输出信号为

$$s(t) = \frac{1}{2}[\cos(\omega_c-\omega_1)t + \cos(\omega_c+\omega_2)t]$$

(2) 适应 $s(t)$ 解调的框图如图题解 3-13 所示。在上支路中，$s(t)$ 信号先经过截止频率为 ω_c 的低通滤波器，然后与本地载波相乘，再经过截止频率为 ω_1 的低通滤波器，输出即为 $f_1(t)$；在下支路中，$s(t)$ 信号先经过截止频率为 ω_c 的高通滤波器，然后与本地载波相乘，再经过截止频率为 ω_2 的低通滤波器，输出即为 $f_2(t)$，解调完毕。



图题解 3-13

3.14 模拟保密通信中采用的一种倒频器由第一级乘法器、高通滤波器、第二级乘法器与低通滤波器级联而成。第一级与第二级乘法器所使用载波的频率分别为 f_c 与 f_b+f_c，且 $f_c>f_b$。语音信号的频率范围为(f_a，f_b)，高通与低通滤波器的截止频率都等于 f_c。

(1) 画出倒频器框图；

(2) 写出倒频器输出信号表达式，并画出各级的频谱；

(3) 设计一个接收系统，以恢复原始语音信号。

解 (1) 由题意可画出倒频器框图如图题解 3-14(a)所示。

(2) 由图题解(3-14(a))可知调制信号经倒频器第一级乘法器再经过 HPF 后，输出信号为上边带信号，根据题意可知上边带信号

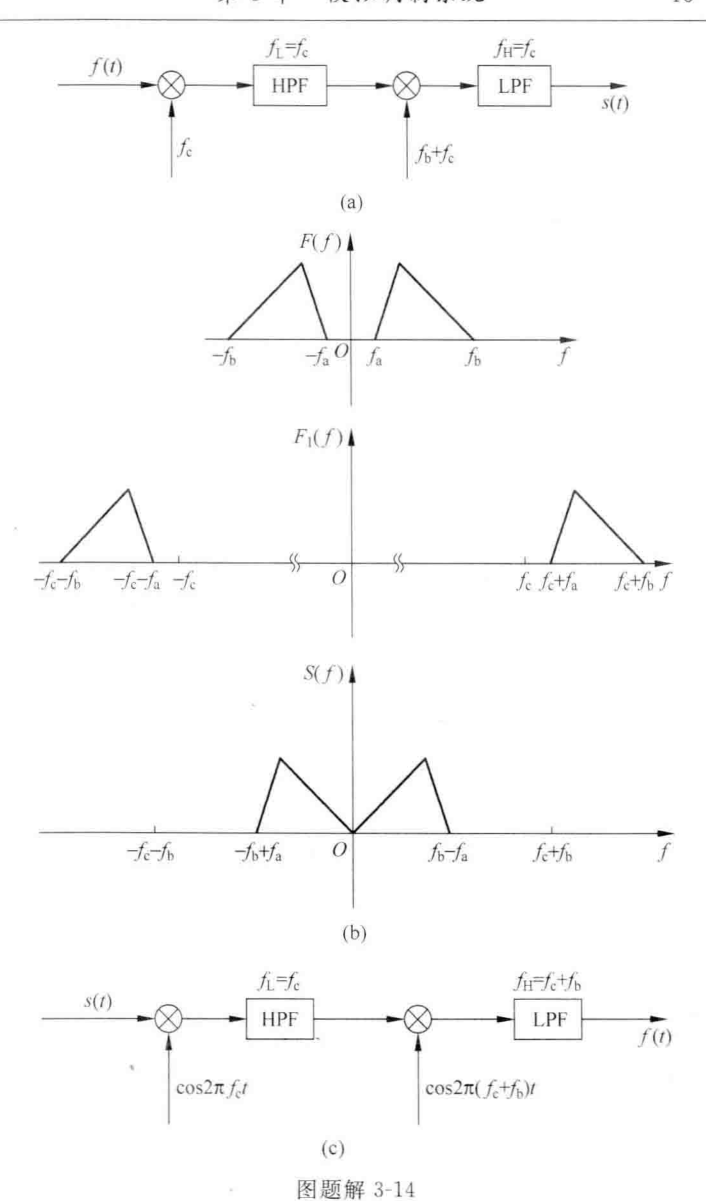
$$f_1(t)=\frac{1}{2}f(t)\cos\omega_c t-\frac{1}{2}\hat{f}(t)\sin\omega_c t$$

上边带信号 $f_1(t)$经第二级乘法器后，再经过 LPF 后输出信号为下边带信号，根据题意可知下边带信号

$$\begin{aligned}
s(t)&=\frac{1}{2}f_1(t)\cos(\omega_c+\omega_b)t+\frac{1}{2}\hat{f}_1(t)\sin(\omega_c+\omega_b)t\\
&=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}f(t)\cos\omega_c t-\frac{1}{2}\hat{f}(t)\sin\omega_c t\right]\cos(\omega_c+\omega_b)t\\
&\quad+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}f(t)\sin\omega_c t+\frac{1}{2}\hat{f}(t)\cos\omega_c t\right]\sin(\omega_c+\omega_b)t\\
&=\frac{1}{4}f(t)[\cos\omega_c t\cos(\omega_c+\omega_b)t+\sin\omega_c t\sin(\omega_c+\omega_b)t]\\
&\quad+\frac{1}{4}\hat{f}(t)[\cos\omega_c t\sin(\omega_c+\omega_b)t-\sin\omega_c t\cos(\omega_c+\omega_b)t]\\
&=\frac{1}{4}f(t)\cos\omega_b t+\frac{1}{4}\hat{f}(t)\sin\omega_b t
\end{aligned}$$

由此可以画出信号 $s(t)$的各级频谱，如图题解 3-14(b)所示。

(3) 由 $s(t)$的产生过程可知调制信号经过了两次单边带调制，相应地进行两次解调就可恢复出原始信号，所以设计的接收系统如图题解 3-14(c)所示。



$f(t)$
$f_L=f_c$
HPF
$f_H=f_c$
LPF
$s(t)$
f_c
f_b+f_c
(a)
$F(f)$
$-f_b$
$-f_a$
O
f_a
f_b
f
$F_1(f)$
$-f_c-f_b$
$-f_c-f_a$
$-f_c$
O
f_c
f_c+f_a
f_c+f_b
f
$S(f)$
$-f_c-f_b$
$-f_b+f_a$
O
f_b-f_a
f_c+f_b
f
(b)
$s(t)$
$f_L=f_c$
HPF
$f_H=f_c+f_b$
LPF
$f(t)$
$\cos 2\pi f_c t$
$\cos 2\pi(f_c+f_b)t$
(c)

图题解 3-14

3.15 设下边带调制信号为 $s_{SSB}(t)$，它的希尔伯特变换为 $\hat{s}_{SSB}(t)$。又设消息信号为 $f(t)$，其希尔伯特变换为 $\hat{f}(t)$，载波幅度为 A_c，频率为 f_c。

(1) 证明：$f(t)=\frac{2}{A_c}[s_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t)+\hat{s}_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t)]$

及 $\hat{f}(t)=-\frac{2}{A_c}[\hat{s}_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t)-s_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t)]$

(2) 画出由上式原理构成的单边带接收机框图。

证明 (1) 假设单边带调制信号为下边带调制信号。

则保留下边带的单边带调制信号可表示为

$$s_{SSB}(t)=\frac{A_c}{2}[f(t)\cos(2\pi f_c t)+\hat{f}(t)\sin(2\pi f_c t)] \tag{1}$$

由希尔伯特变换的对应关系可知，保留下边带的单边带调制信号的希尔伯特变换为

$$\hat{s}_{SSB}(t)=\frac{A_c}{2}[f(t)\sin(2\pi f_c t)-\hat{f}(t)\cos(2\pi f_c t)] \tag{2}$$

在式(1)两端分别乘以 $\cos(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned}s_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t)&=\frac{A_c}{2}[f(t)\cos(2\pi f_c t)\\&\quad+\hat{f}(t)\sin(2\pi f_c t)]\cos(2\pi f_c t)\\&=\frac{A_c}{2}[f(t)\cos^2(2\pi f_c t)\\&\quad+\hat{f}(t)\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t)]\end{aligned} \tag{3}$$

在式(2)两端分别乘以 $\sin(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned}\hat{s}_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t)&=\frac{A_c}{2}[f(t)\sin(2\pi f_c t)\\&\quad-\hat{f}(t)\cos(2\pi f_c t)]\sin(2\pi f_c t)\\&=\frac{A_c}{2}[f(t)\sin^2(2\pi f_c t)\end{aligned}$$

$$- \hat{f}(t)\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t)] \quad (4)$$

在式(1)两端分别乘以 $\sin(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned} s_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t) &= \frac{A_c}{2}[f(t)\cos(2\pi f_c t) \\ &\quad + \hat{f}(t)\sin(2\pi f_c t)]\sin(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_c}{2}[f(t)\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c t) \\ &\quad + \hat{f}(t)\sin^2(2\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (5)$$

在式(2)两端分别乘以 $\cos(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned} \hat{s}_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t) &= \frac{A_c}{2}[f(t)\sin(2\pi f_c t) \\ &\quad - \hat{f}(t)\cos(2\pi f_c t)]\cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_c}{2}[f(t)\sin(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t) \\ &\quad - \hat{f}(t)\cos^2(2\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (6)$$

由式(3)和式(4)左右两边对应相加,可得

$$s_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t) = \frac{A_c}{2}f(t)$$

由此可得

$$f(t) = \frac{2}{A_c}[s_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t)]$$

由式(6)和式(5)左右两边对应相减,可得

$$\hat{s}_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t) - s_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t) = -\frac{A_c}{2}\hat{f}(t)$$

由此可得

$$\hat{f}(t) = -\frac{2}{A_c}[\hat{s}_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t) - s_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t)]$$

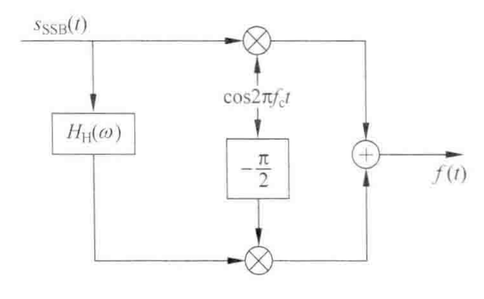
此题得证。

如果以单边带调制信号为上边带调制信号来证明,则可得到如下结论:

$$f(t)=\frac{2}{A_c}[s_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t)+\hat{s}_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t)]$$

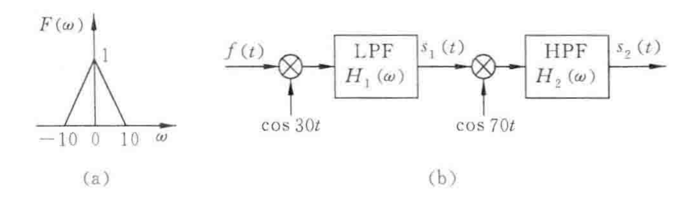
$$\hat{f}(t)=\frac{2}{A_c}[\hat{s}_{SSB}(t)\cos(2\pi f_c t)-s_{SSB}(t)\sin(2\pi f_c t)]$$

(2) 由证明结果可知,使 $s_{SSB}(t)$ 和 $\hat{s}_{SSB}(t)$ 分别与同相载波和正交载波相乘,然后相加就得到了 $f(t)$,即实现了解调,接收机框图如图题解 3-15 所示。



图题解 3-15

3.16 调制信号频谱如图题 3-16(a)所示,用图题 3-16(b)所示的两次滤波法实现单边带调幅,若第一次取下边带,第二次取上边带。



图题 3-16

（1）画出已调波频谱；

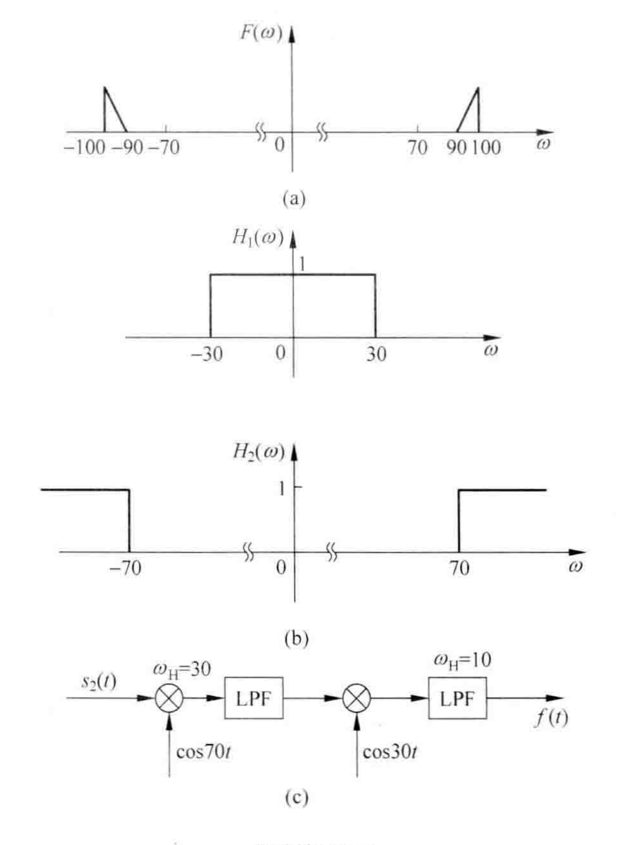
（2）若 $H_1(\omega)$ 及 $H_2(\omega)$ 均为理想滤波器，画出它们的幅-频特性；

（3）画出由接收已调信号恢复原信号 $f(t)$ 的框图。

解　（1）已调波频谱如图题解 3-16(a)所示。

（2）$H_1(\omega)$ 及 $H_2(\omega)$ 的幅-频特性如图题解 3-16(b)所示。

（3）由接收已调信号恢复原信号 $f(t)$ 的框图如图题解 3-16(c)所示。



图题解 3-16

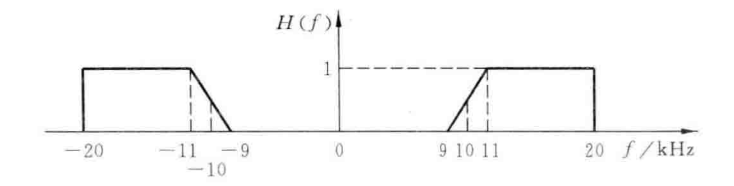
3.17 将双边带信号通过残留边带滤波器，产生残留边带信号。若此滤波器的传递函数 $H(f)$ 如图题 3-17 所示。当调制信号 $f(t)$ 为下列 3 种情况：

(1) $A\cos(1000\pi t)$；

(2) $A[\cos(1000\pi t)+\cos(6000\pi t)]$；

(3) $A\cos(1000\pi t)\cdot\cos(2000\pi t)$。

若载频为 10kHz，试确定所得 VSB 信号的表示式，并画出每一情况下所得残留边带信号的频谱。



图题 3-17

解　本题有以下两种解法。

解法一：

时域加权和频域加权等效，直接用时域表达式求解。

(1) 由题意可知载波 $c(t)$ 为

$$c(t)=\cos(10\times10^3\times2\pi t)$$

调制信号 $f(t)$ 为

$$f(t)=A\cos(1000\pi t)=A\cos(0.5\times10^3\times2\pi t)$$

所以双边带信号为

$$\begin{aligned}s_{\mathrm{DSB}}(t)&=f(t)c(t)\\&=A\cos(0.5\times10^3\times2\pi t)\cos(10\times10^3\times2\pi t)\\&=\frac{A}{2}[\cos(10.5\times10^3\times2\pi t)+\cos(9.5\times10^3\times2\pi t)]\end{aligned}$$

由滤波器的传递函数可知，在 10.5kHz 处加权系数为 3/4，在 9.5kHz 处加权系数为 1/4。由于频域加权和时域加权等效，经

滤波器后得到的残留边带信号为

$$s_{VSB}(t)=\frac{A}{2}\cdot\frac{3}{4}\cos(10.5\times10^3\times2\pi t)$$

$$+\frac{A}{2}\cdot\frac{1}{4}\cos(9.5\times10^3\times2\pi t)$$

$$=\frac{3}{8}A\cos(2.1\times10^4\pi t)+\frac{1}{8}A\cos(1.9\times10^4\pi t)$$

频谱如图题解3-17(a)所示。

(2) 由题意可知载波 $c(t)$ 为

$$c(t)=\cos(10\times10^3\times2\pi t)$$

调制信号 $f(t)$ 为

$$f(t)=A[\cos(1000\pi t)+\cos(6000\pi t)]$$

$$=A[\cos(0.5\times10^3\times2\pi t)+\cos(3\times10^3\times2\pi t)]$$

所以双边带信号为

$$s_{DSB}(t)=f(t)c(t)$$

$$=A[\cos(0.5\times10^3\times2\pi t)$$

$$+\cos(3\times10^3\times2\pi t)]\cos(10\times10^3\times2\pi t)$$

$$=\frac{A}{2}[\cos(10.5\times10^3\times2\pi t)+\cos(9.5\times10^3\times2\pi t)$$

$$+\cos(13\times10^3\times2\pi t)+\cos(7\times10^3\times2\pi t)]$$

由滤波器的传递函数可知，在10.5kHz处加权系数为3/4，在9.5kHz处加权系数为1/4，在13kHz处加权系数为1，在7kHz处加权系数为0。由于频域加权和时域加权等效，经滤波器后得到的残留边带信号为

$$s_{VSB}(t)=\frac{A}{2}\cdot\frac{3}{4}\cos(10.5\times10^3\times2\pi t)$$

$$+\frac{A}{2}\cdot\frac{1}{4}\cos(9.5\times10^3\times2\pi t)$$

$$+\frac{A}{2}\cdot1\cdot\cos(13\times10^3\times2\pi t)$$

$$= \frac{3A}{8}\cos(2.1 \times 10^4 \pi t) + \frac{A}{8}\cos(1.9 \times 10^4 \pi t)$$

$$+ \frac{A}{2}\cos(2.6 \times 10^4 \pi t)$$

频谱如图题解 3-17(b)所示。

(3) 由题意可知载波 $c(t)$ 为

$$c(t) = \cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

调制信号 $f(t)$ 为

$$f(t) = A[\cos(1000\pi t) \cdot \cos(2000\pi t)]$$

$$= \frac{A}{2}[\cos(1000\pi t) + \cos(3000\pi t)]$$

$$= \frac{A}{2}[\cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(1.5 \times 10^3 \times 2\pi t)]$$

所以,双边带信号为

$$s_{DSB}(t) = f(t)c(t)$$

$$= \frac{A}{2}[\cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

$$+ \cos(1.5 \times 10^3 \times 2\pi t)]\cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

$$= \frac{A}{4}[\cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

$$+ \cos(11.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(8.5 \times 10^3 \times 2\pi t)]$$

由滤波器的传递函数可知,在 10.5kHz 处加权系数为 3/4,在 9.5kHz 处加权系数为 1/4,在 11.5kHz 处加权系数为 1,在 8.5kHz 处加权系数为 0。由于频域加权和时域加权等效,经滤波器后得到的残留边带信号为

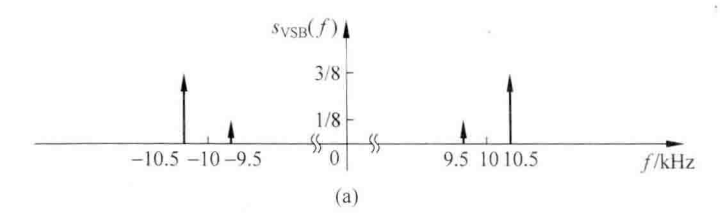
$$s_{VSB}(t) = \frac{A}{4} \cdot \frac{3}{4}\cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

$$+ \frac{A}{4} \cdot \frac{1}{4}\cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

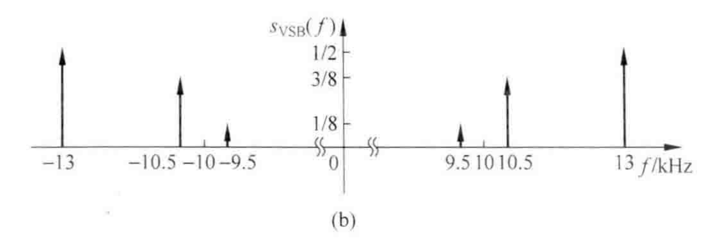
$$+ \frac{A}{4} \cdot 1 \cdot \cos(11.5 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

$$= \frac{3A}{16}\cos(2.1\times10^4\pi t) + \frac{A}{16}\cos(1.9\times10^4\pi t) + \frac{A}{4}\cos(2.3\times10^4\pi t)$$

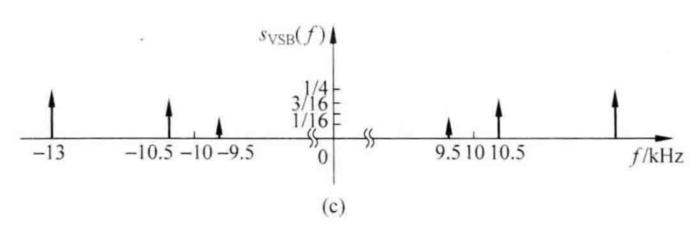
频谱如图题解 3-17(c)所示。



(a)



(b)



(c)

图题解 3-17

解法二：由频域表达式得到时域表达式。

(1) 由傅里叶变换可知

$$A\cos(1000\pi t)\leftrightarrow\pi A[\delta(\omega+1000\pi)+\delta(\omega-1000\pi)]$$

信号经 10kHz 载频调制后，频谱为

$$\frac{\pi A}{2}[\delta(\omega+21000\pi)+\delta(\omega+19000\pi)$$

$$+\delta(\omega-19000\pi)+\delta(\omega-21000\pi)]$$

所得频谱与残留边带滤波器 $H(f)$ 相乘，即为残留边带信号的频谱，可得

$$s_{\text{VSB}}(\omega)=\frac{3\pi A}{8}[\delta(\omega+21000\pi)+\delta(\omega-21000\pi)]$$

$$+\frac{\pi A}{8}[\delta(\omega+19000\pi)+\delta(\omega-19000\pi)]$$

由傅里叶反变换，可得残留边带信号的时域表达式为

$$s_{\text{VSB}}(t)=\frac{3}{8}A\cos(2.1\times10^4\pi t)+\frac{1}{8}A\cos(1.9\times10^4\pi t)$$

频谱如图题解 3-17(a)所示。

(2) 由傅里叶变换可知

$$A[\cos(1000\pi t)+\cos(6000\pi t)]\leftrightarrow\pi A[\delta(\omega+1000\pi)$$

$$+\delta(\omega-1000\pi)+\delta(\omega+6000\pi)+\delta(\omega-6000\pi)]$$

信号经 10kHz 载频调制后，频谱为

$$\frac{\pi A}{2}[\delta(\omega+21000\pi)+\delta(\omega+19000\pi)+\delta(\omega-19000\pi)$$

$$+\delta(\omega-21000\pi)+\delta(\omega+26000\pi)+\delta(\omega+14000\pi)$$

$$+\delta(\omega-14000\pi)+\delta(\omega-260000\pi)]$$

所得频谱与残留边带滤波器 $H(f)$ 相乘，即为残留边带信号的频谱，可得

$$s_{\text{VSB}}(\omega)=\frac{3\pi A}{8}[\delta(\omega+21000\pi)+\delta(\omega-21000\pi)]$$

$$+\frac{\pi A}{8}[\delta(\omega+19000\pi)+\delta(\omega-19000\pi)]$$

$$+\frac{\pi A}{2}[\delta(\omega+26000\pi)+\delta(\omega-26000\pi)]$$

由傅里叶反变换，可得残留边带信号的时域表达式为

$$s_{\mathrm{VSB}}(t)=\frac{3}{8}A\cos(2.1\times10^{4}\pi t)+\frac{1}{8}A\cos(1.9\times10^{4}\pi t)$$

$$+\frac{1}{2}A\cos(2.6\times10^{4}\pi t)$$

频谱如图题解 3-17(b)所示。

(3) 由傅里叶变换可知

$$A\cos(1000\pi t)\cdot\cos(2000\pi t)\leftrightarrow\frac{\pi A}{2}[\delta(\omega+3000\pi)$$

$$+\delta(\omega-1000\pi)+\delta(\omega+1000\pi)+\delta(\omega-3000\pi)]$$

信号经 10kHz 载频调制后，频谱为

$$\frac{\pi A}{4}[\delta(\omega+23000\pi)+\delta(\omega-17000\pi)+\delta(\omega+19000\pi)$$

$$+\delta(\omega-21000\pi)+\delta(\omega+21000\pi)+\delta(\omega-19000\pi)$$

$$+\delta(\omega+17000\pi)+\delta(\omega-23000\pi)]$$

所得频谱与残留边带滤波器 $H(f)$ 相乘，即为残留边带信号的频谱，可得

$$s_{\mathrm{VSB}}(\omega)=\frac{3\pi A}{16}[\delta(\omega+21000\pi)+\delta(\omega-21000\pi)]$$

$$+\frac{\pi A}{16}[\delta(\omega+19000\pi)+\delta(\omega-19000\pi)]$$

$$+\frac{\pi A}{4}[\delta(\omega+23000\pi)+\delta(\omega-23000\pi)]$$

由傅里叶反变换，可得残留边带信号的时域表达式为

$$s_{\mathrm{VSB}}(t)=\frac{3}{16}A\cos(2.1\times10^{4}\pi t)+\frac{1}{16}A\cos(1.9\times10^{4}\pi t)$$

$$+\frac{1}{4}A\cos(2.3\times10^{4}\pi t)$$

频谱如图题解 3-17(c)所示。

3.18　证明常规调幅采用相干解调时信噪比增益与式(3-78)相同。

证明　常规调幅采用相干解调时，解调器的输入为常规调

幅信号,即

$$s_i(t)=[A_0+f(t)]\cos\omega_c t$$

式中,$f(t)$为调制信号,A_0 为载波幅度。设 $f(t)$是均值为 0 的信号,输入已调信号的平均功率为

$$S_i=\overline{s_i^2(t)}=\frac{1}{2}A_0^2+\frac{1}{2}E[f^2(t)]$$

常规调幅信号的带宽为 B_{AM},调制信号带宽为 W,因此有 $B_{AM}=2W$,这样输入噪声的平均功率为

$$N_i=n_0B_{AM}=2n_0W$$

解调器输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{A_0^2+E[f^2(t)]}{4n_0W}$$

解调器的输入和相干载波相乘后,得

$$\begin{aligned}[s_i(t)+n_i(t)]\cos\omega_c t&=s_i(t)\cos\omega_c t+n_i(t)\cos\omega_c t\\&=[A_0+f(t)]\cos\omega_c t\cdot\cos\omega_c t\\&\quad+[n_I(t)\cos\omega_c t-n_Q(t)\sin\omega_c t]\cos\omega_c t\\&=\frac{1}{2}[A_0+f(t)]\\&\quad+\frac{1}{2}[A_0+f(t)]\cos2\omega_c t+\frac{1}{2}n_I(t)\\&\quad+\frac{1}{2}n_I(t)\cos2\omega_c t-\frac{1}{2}n_Q(t)\sin2\omega_c t\end{aligned}$$

经 LPF 后输出为

$$s_o(t)+n_o(t)=\frac{1}{2}f(t)+\frac{1}{2}n_I(t)$$

输出有用信号的平均功率为

$$S_o=\overline{s_o^2(t)}=\frac{1}{4}E[f^2(t)]$$

输出噪声的平均功率为

$$N_o=\frac{1}{4}E[n_I^2(t)]=\frac{1}{4}n_0B_{AM}=\frac{1}{2}n_0W$$

所以输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o}=\frac{E[f^2(t)]}{2n_0W}$$

信噪比增益为

$$G=\frac{S_o/N_o}{S_i/N_i}=\frac{2E[f^2(t)]}{A_0^2+E[f^2(t)]}$$

此结论与教材式(3-78)相同,得证。

3.19　在双边带抑制载波调制和单边带调制中,消息信号均为3kHz限带低频信号,载频为1MHz,接收信号功率为1mW,信道噪声双边功率谱密度为$10^{-3}\mu$W/Hz。接收信号经带通滤波器后,进行相干解调。

(1) 比较解调器输入信噪比;

(2) 比较解调器输出信噪比。

解　单边带信号的输入信噪比和输出信噪比分别为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_i}{n_0B_{SSB}}=\frac{1\times10^{-3}}{2\times1\times10^{-3}\times10^{-6}\times3\times10^3}=\frac{500}{3}$$

$$\frac{S_o}{N_o}=G_{SSB}\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_i}{N_i}=\frac{500}{3}$$

双边带信号的输入信噪比和输出信噪比分别为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_i}{n_0B_{DSB}}=\frac{1\times10^{-3}}{2\times1\times10^{-3}\times10^{-6}\times2\times3\times10^3}=\frac{500}{6}$$

$$\frac{S_o}{N_o}=G_{DSB}\frac{S_i}{N_i}=2\times\frac{S_i}{N_i}=\frac{500}{3}$$

输入信噪比的比较为

$$(S_i/N_i)_{DSB} : (S_i/N_i)_{SSB}=1:2$$

输出信噪比的比较为

$$(S_o/N_o)_{DSB} : (S_o/N_o)_{SSB}=1:1$$

3.20　采用包络检波的常规调幅系统中,若噪声单边功率谱密度为5×10^{-8}W/Hz,单频正弦波调制时载波功率为100mW,边带功率为每边带10mW,接收机带通滤波器带宽为8kHz。

(1) 求解调输出信噪比;

(2) 若采用抑制载波双边带系统，其性能优于常规调幅多少分贝？

解　(1) 由题目条件可知常规调幅信号的带宽 $B_{AM}=8\text{kHz}$，其调制效率和解调信噪比增益分别为

$$\eta_{AM}=\frac{P_f}{P_{AM}}=\frac{P_f}{P_c+P_f}=\frac{10\times2}{10\times2+100}=\frac{1}{6}$$

$$G_{AM}=2\eta_{AM}=\frac{1}{3}$$

输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{120\times10^{-3}}{5\times10^{-8}\times8\times10^{3}}=300$$

输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o}=G_{AM}\frac{S_i}{N_i}=\frac{1}{3}\times300=100$$

(2) 如果改为抑制载波双边带信号，为了在对等的条件下进行比较，其功率应与常规调幅信号功率相同，即

$$S_i=120(\text{mW})$$

因两种信号的带宽相同，所以输入噪声功率也相同。双边带信号的输入信噪比同样为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{120\times10^{-3}}{5\times10^{-8}\times8\times10^{3}}=300$$

输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o}=G_{DSB}\frac{S_i}{N_i}=2\times300=600$$

设DSB信号的性能优于AM信号的分贝数为Γ，可计算出

$$\Gamma=10\lg\frac{(S_o/N_o)_{DSB}}{(S_o/N_o)_{AM}}=10\lg\frac{600}{100}=10\lg6=7.78(\text{dB})$$

3.21　当某接收机的输出噪声功率是10^{-9}W时，该机的输出信噪比为20dB。从发射机到接收机所经路径的总损耗是100dB。

(1) 双边带发射机输出功率应为多少?

(2) 单边带发射机的输出功率应为多少?

解　(1) 由教材式(3-51)可知双边带接收机的输出噪声功率

$$N_o = \frac{1}{2} n_0 W$$

由教材式(3-54)可知,双边带接收机的输入噪声功率为

$$N_i = 2n_0 W$$

用输出噪声功率表示输入噪声功率,即

$$N_i = 2n_0 W = 4N_o$$

设路径的总损耗是 α,已知路径损耗是 100dB,即

$$\alpha = 1 \times 10^{-10}$$

双边带发射机输出功率为

$$S_{DSB} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{DSB}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{DSB}} \frac{1}{\alpha} \times 4N_o$$

代入具体数据得

$$S_{DSB} = 10^2 \times \frac{1}{2} \times 10^{10} \times 4 \times 10^{-9} = 2000(\text{W})$$

(2) 由教材式(3-60)可知单边带接收机的输出噪声功率为

$$N_o = \frac{1}{4} n_0 W$$

由教材式(3-64)可知单边带接收机的输入噪声功率为

$$N_i = n_0 W$$

用输出噪声功率表示输入噪声功率,即

$$N_i = n_0 W = 4N_o$$

单边带发射机输出功率为

$$S_{SSB} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{SSB}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{SSB}} \frac{1}{\alpha} \times 4N_o$$

代入具体数据中得

$$S_{SSB} = 10^2 \times 1 \times 10^{10} \times 4 \times 10^{-9} = 4000(\text{W})$$

3.22 一个100%单频调制的标准调幅信号和一个单边带信号分别用包络检波器和相干解调器来接收。假定单边带信号的输入功率为1mW,那么在保证获得同样输出信号功率的条件下,标准调幅信号的输入功率应为多大?

解 由教材式(3-63)可知,单边带接收机的输入功率为

$$S_i = \frac{1}{4}E[f^2(t)]$$

由教材式(3-59)可知,单边带接收机的输出功率为

$$S_o = \frac{1}{16}E[f^2(t)]$$

单边带信号的输入功率为1mW,输出功率为

$$S_o = \frac{1}{16}E[f^2(t)] = \frac{1}{4}S_i = \frac{1}{4}(\text{mW})$$

由教材式(3-79)可知标准调幅信号包络检波的信噪比增益的表达式为

$$G_{AM} = \frac{2\beta_{AM}^2}{2+\beta_{AM}^2}$$

把已知条件$\beta_{AM}=1$代入上式中,可得

$$G_{AM} = \frac{2\beta_{AM}^2}{2+\beta_{AM}^2} = \frac{2}{3}$$

由教材式(3-67)可知标准调幅信号的输入噪声功率

$$N_i = 2n_oW = n_oB_{AM}$$

由教材式(3-76)可知标准调幅信号包络检波的输出噪声功率

$$N_o = 2n_oW = n_oB_{AM}$$

所以,标准调幅信号包络检波的信噪比增益还可表示为

$$G_{AM} = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = \frac{S_o}{S_i} = \frac{2}{3}$$

在保证获得同样输出信号功率的条件下,标准调幅信号的输入功率应为

$$S_i = \frac{3}{2}S_o = \frac{3}{2}\times\frac{1}{4} = 0.375(\text{mW})$$

3.23　已知角调制信号为 $s(t)=\cos(\omega_c t+100\cos\omega_m t)$。

(1) 如果它是调相信号，并且 $K_{PM}=2$，试求调制信号 $f(t)$；

(2) 如果它是调频信号，并且 $K_{FM}=2$，试求调制信号 $f(t)$；

(3) 以上两种已调信号的最大频偏为多少？

解　(1) 如果角调制信号是调相信号，由教材式(3-87)可知

$$K_{PM}f(t)=100\cos\omega_m t$$

将相移常数 $K_{PM}=2$ 代入，可求出调制信号

$$f(t)=50\cos\omega_m t$$

(2) 如果角调制信号是调频信号，由教材式(3-93)可知

$$K_{FM}\int f(t)\mathrm{d}t=100\cos\omega_m t$$

将频偏常数 $K_{FM}=2$ 代入，可求出调制信号

$$f(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{100\cos\omega_m t}{K_{FM}}\right)=-\frac{100\omega_m}{2}\sin\omega_m t=-50\omega_m\sin\omega_m t$$

(3) 对于调相信号，由教材式(3-89)可求出调相信号的最大频偏

$$\begin{aligned}\Delta f_{max}&=\frac{1}{2\pi}\left|K_{PM}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{max}\\&=\frac{1}{2\pi}\left|-2\times50\omega_m\sin\omega_m t\right|_{max}\\&=\frac{1}{2\pi}\left|-100\omega_m\sin\omega_m t\right|_{max}=\frac{50\omega_m}{\pi}\end{aligned}$$

对于调频信号，由教材式(3-91)可求出调频信号的最大频偏

$$\begin{aligned}\Delta f_{max}&=\frac{1}{2\pi}\left|K_{FM}f(t)\right|_{max}\\&=\frac{1}{2\pi}\left|-2\times50\omega_m\sin\omega_m t\right|_{max}\\&=\frac{1}{2\pi}\left|-100\omega_m\sin\omega_m t\right|_{max}=\frac{50\omega_m}{\pi}\end{aligned}$$

3.24　已知调频信号

$$s_{FM}(t)=10\cos[10^6\pi t+8\cos(10^3\pi t)]$$

调制器的频偏常数 $K_{FM}=200\text{Hz/V}$,试求:

(1) 载频 f_c;

(2) 调频指数;

(3) 最大频偏;

(4) 调制信号 $f(t)$。

解 (1) 由教材式(3-96)可列出载频

$$f_c=\frac{10^6\pi}{2\pi}=5\times10^5(\text{Hz})$$

(2) 由教材式(3-96)可列出调频指数

$$\beta_{FM}=8$$

(3) 由教材式(3-97)可列出调频指数的关系式

$$\beta_{FM}=\frac{\Delta\omega_{max}}{\omega_m}=8$$

已知 $\omega_m=10^3\pi$,可求出最大频偏

$$\Delta f_{max}=\frac{1}{2\pi}\beta_{FM}\omega_m=\frac{8\times10^3\pi}{2\pi}=4\times10^3(\text{Hz})$$

(4) 由教材式(3-93)可列出相位偏移为

$$K_{FM}\int f(t)\mathrm{d}t=8\cos(10^3\pi t)$$

已知 $K_{FM}=200\text{Hz/V}$,所以可得调制信号 $f(t)$ 为

$$\begin{aligned}f(t)&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{8\cos(10^3\pi t)}{K_{FM}}\right]\\&=-\frac{8\times10^3\pi}{200\times2\pi}\sin(10^3\pi t)\\&=-20\sin(10^3\pi t)\end{aligned}$$

3.25 幅度为3V的1MHz载波受幅度为1V,频率为500Hz的正弦信号调制,最大频偏为1kHz。当调制信号幅度增加为5V且频率增至2kHz时,写出新调频波的表达式。

解 由题目条件可列出载波的幅度和频率分别为

$$A=3\text{V},\quad f_c=1\times10^6\text{Hz}$$

由题目条件可列出调制信号的幅度和频率分别为

$$A_m = 1\text{V},\quad f_m = 500\text{Hz}$$

最大频偏 $\Delta f_{max}=1\text{kHz}$,由教材式(3-97)可列出调制器的频偏常数

$$K_{FM} = \frac{\Delta\omega_{max}}{A_m} = \frac{1\times 10^3\times 2\pi}{1} = 2\times 10^3\pi(\text{rad}/(\text{V}\cdot\text{s}))$$

当调制信号幅度增加为 5V 且频率增至 2kHz 时,由教材式(3-97)可求出调频指数

$$\beta_{FM} = \frac{K_{FM}A_m}{\omega_m} = \frac{2\times 10^3\pi\times 5}{2\times 10^3\times 2\pi} = 2.5$$

调制信号的表达式为

$$f(t) = 5\sin(4\times 10^3\pi t)$$

由教材式(3-93)可写出新调频波的表达式为

$$\begin{aligned}s_{FM}(t) &= A\cos\left[\omega_c t + K_{FM}\int f(t)\,\mathrm{d}t\right]\\ &= 3\cos\left[2\times 10^6\pi t + 2\times 10^3\pi\times\int 5\sin(4\times 10^3\pi t)\,\mathrm{d}t\right]\\ &= 3\cos[2\times 10^6\pi t - 2.5\cos(4\times 10^3\pi t)]\end{aligned}$$

3.26　设有 1GHz 的载波,受 10kHz 正弦信号调频,最大频偏 10kHz,试求:

(1) FM 信号的近似带宽;

(2) 调制信号幅度加倍时的带宽;

(3) 调制信号频率加倍时的带宽;

(4) 调制信号的幅度和频率都加倍时的带宽;

(5) 若最大频偏减为 1kHz,重复(1),(2),(3),(4)项。

解　(1) 由题目条件可知载波频率、调制信号频率和最大频偏分别为

$$f_c = 1\text{GHz},\quad f_m = 10\text{kHz},\quad \Delta f_{max} = 10\text{kHz}$$

由教材式(3-115)可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{max} = 2\times 10 + 2\times 10 = 40(\text{kHz})$$

(2) 调制信号幅度加倍时,最大频偏 Δf_{max} 加倍,这时的最大频偏 Δf_{max1} 为

$$\Delta f_{max1} = 2\Delta f_{max} = 2 \times 10 = 20(\text{kHz})$$

可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{max1} = 2 \times 10 + 2 \times 20 = 60(\text{kHz})$$

(3) 调制信号频率 f_m 加倍时,这时的调制信号频率 f_{m1} 为

$$f_{m1} = 2f_m = 2 \times 10 = 20(\text{kHz})$$

可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_{m1} + 2\Delta f_{max} = 2 \times 20 + 2 \times 10 = 60(\text{kHz})$$

(4) 调制信号的幅度和频率都加倍时,这时的最大频偏 Δf_{max1} 和频率 f_{m1} 都是原来的2倍,即都由10kHz增大为20kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_{m1} + 2\Delta f_{max1} = 2 \times 20 + 2 \times 20 = 80(\text{kHz})$$

(5) 若最大频偏 Δf_{max} 减为1kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{max} = 2 \times 10 + 2 \times 1 = 22(\text{kHz})$$

调制信号幅度加倍时,这时的最大频偏 Δf_{max2} 加倍,即由1kHz增大为2kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{max2} = 2 \times 10 + 2 \times 2 = 24(\text{kHz})$$

调制信号频率加倍时,这时的调制信号频率 f_{m2} 由10kHz增大为20kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_{m2} + 2\Delta f_{max} = 2 \times 20 + 2 \times 1 = 42(\text{kHz})$$

调制信号的幅度和频率都加倍时,这时的最大频偏 Δf_{max2} 和调制信号频率 f_{m2} 都是原来的2倍,可求出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_{m2} + 2\Delta f_{max2} = 2 \times 20 + 2 \times 2 = 44(\text{kHz})$$

3.27　设调制信号 $f(t)=\cos 4000\pi t$,对载波 $c(t)=2\cos(2\times 10^6\pi t)$ 分别进行常规调幅和窄带调频。频偏常数 $K_{FM}=300\text{Hz/V}$。

(1) 写出已调信号的时域和频域表示式;

(2) 画出频谱图;

(3) 讨论两种调制方式的主要异同点。

解　(1) 由教材式(3-1)可写出常规调幅的时域表达式为

$$s_{AM}(t) = [2 + \cos(4 \times 10^3\pi t)]\cos(2 \times 10^6\pi t)$$

也可表示为

$$s_{AM}(t) = 2\cos(2\times10^6\pi t) + \cos(4\times10^3\pi t)\cos(2\times10^6\pi t)$$

使用积化和差公式可进一步表示为

$$\begin{aligned} s_{AM}(t) =& 2\cos(2\times10^6\pi t) \\ &+ \frac{1}{2}[\cos(2\times10^6\pi t + 4\times10^3\pi t) \\ &+ \cos(2\times10^6\pi t - 4\times10^3\pi t)] \end{aligned}$$

由上式可写出调幅信号的频域表示式为

$$\begin{aligned} S_{AM}(\omega) =& 2\pi[\delta(\omega - 2\times10^6\pi t) + \delta(\omega + 2\times10^6\pi t)] \\ &+ \frac{1}{2}\pi[\delta(\omega - 2\times10^6\pi t - 4\times10^3\pi t) \\ &+ \delta(\omega + 2\times10^6\pi t + 4\times10^3\pi t)] \\ &+ \frac{1}{2}\pi[\delta(\omega - 2\times10^6\pi t + 4\times10^3\pi t) \\ &+ \delta(\omega + 2\times10^6\pi t - 4\times10^3\pi t)] \end{aligned}$$

在窄带调频信号中，当 $K_{FM}=300\text{Hz/V}$ 时可求出

$$\begin{aligned} AK_{FM}\int f(t)\mathrm{d}t =& 2\times300\times2\pi\times\int\cos(4\times10^3\pi t)\mathrm{d}t \\ =& \frac{2\times300\times2\pi}{4\times10^3\pi}\sin(4\times10^3\pi t) \\ =& 0.3\sin(4\times10^3\pi t) \end{aligned}$$

由教材式(3-100)，窄带调频信号的时域表达式可表示为

$$\begin{aligned} s_{NBFM}(t) \approx& A\cos\omega_c t - \left[AK_{FM}\int f(t)\mathrm{d}t\right]\sin\omega_c t \\ =& 2\cos(2\times10^6\pi t) - 0.3\sin(4\times10^3\pi t)\sin(2\times10^6\pi t) \end{aligned}$$

使用积化和差公式可进一步表示为

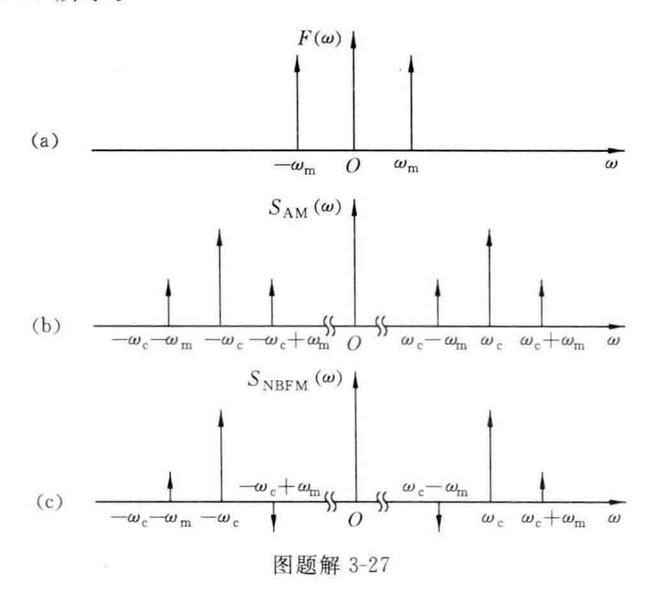
$$\begin{aligned} s_{NBFM}(t) \approx& 2\cos(2\times10^6\pi t) + 0.15[\cos(2\times10^6\pi t + 4\times10^3\pi t) \\ &- \cos(2\times10^6\pi t - 4\times10^3\pi t)] \end{aligned}$$

由上式可写出窄带调频信号的频域表达式

$$\begin{aligned} S_{NBFM}(\omega) =& 2\pi[\delta(\omega - 2\times10^6\pi t) + \delta(\omega + 2\times10^6\pi t)] \\ &+ 0.15\pi[\delta(\omega - 2\times10^6\pi t - 4\times10^3\pi t) \end{aligned}$$

$$+\delta(\omega+2\times10^{6}\pi t+4\times10^{3}\pi t)]$$
$$-0.15\pi[\delta(\omega-2\times10^{6}\pi t+4\times10^{3}\pi t)$$
$$+\delta(\omega+2\times10^{6}\pi t-4\times10^{3}\pi t)]$$

(2) 常规调幅信号和窄带调频信号的频谱示意图如图题解3-27所示。



图题解 3-27

(3) 两种调制方式的相同点:

① 两种信号在$\pm\omega_c$处有载波分量。

② 两种信号在载波两侧有两个频率相同的边频。

③ 两种信号的带宽相同,都是基带信号带宽的两倍。

两种调制方式的不同点:

① 常规调幅信号的频谱是基带信号频谱的线性搬移,窄带调频信号的频谱不是基带信号频谱的线性搬移。

② 常规调幅信号的正频率分量和负频率分量极性相同,窄带调频信号的正频率分量和负频率分量极性相反。

③ 常规调幅信号的边频幅度与基带信号的频率无关，当基带信号频率变化时，常规调幅信号的频谱还是基带信号频谱的线性搬移。窄带调频信号的边频幅度与基带信号的频率有关，当基带信号频率变化时，窄带调频信号的频谱有频率加权。

3.28　频率为 f_m 的正弦波同时作常规调幅和频率调制，设未调载波功率相等，调频波的频偏为调幅波带宽的 4 倍，且距载频 $\pm f_m$ 的边频分量在两种调制中有相等的幅度。试求：

（1）调频波的调频指数；

（2）常规调幅信号的调幅指数。

解　（1）由题目条件可知正弦波频率为 f_m，常规调幅波带宽为

$$B_{AM} = 2f_m$$

调频波的频偏为常规调幅波带宽的 4 倍，即

$$\Delta f_{max} = 4B_{AM} = 4 \times 2f_m = 8f_m$$

调频波的调频指数为

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f_{max}}{f_m} = \frac{8f_m}{f_m} = 8$$

（2）未调载波功率相等，则调频波的未调载波幅度和常规调幅波的载波幅度相等。设调频波的未调载波幅度为 A，查教材附录表 C-1 可知调频波的第 1 边频幅度为

$$A_1 = J_1 A = 0.23A$$

由题目条件可知，常规调幅信号的边频幅度与调频波的第 1 边频幅度相同，即

$$\frac{A_m}{2} = 0.23A$$

常规调幅波的载波幅度也为 A，所以常规调幅信号的调幅指数为

$$\beta_{AM} = \frac{A_m}{A} = 0.46$$

3.29　用正弦信号 $f(t)=10\cos(500\pi t)\text{V}$ 进行调频，调频指数为5，在50Ω上未调载波功率为10W，求：

(1) 频偏常数；

(2) 已调信号的载波功率；

(3) 一次与二次边频分量所占总功率的百分比；

(4) 如输入正弦信号幅度降为5V，带宽有何变化？

解　(1) 由题目条件可知调制信号频率 $\omega_m=500\pi$，调制信号幅度 $A_m=10\text{V}$，调频指数 $\beta_{FM}=5$。由教材式(3-97)可知频偏常数

$$K_{FM}=\frac{\beta_{FM}\omega_m}{A_m}=\frac{5\times 500\pi}{10}=250\pi(\text{rad}/(\text{V}\cdot\text{s}))$$

(2) 因为 $\beta_{FM}=5$，查教材附录表C-1可知贝塞尔函数值为

$$\text{J}_0(\beta_{FM})=\text{J}_0(5)=-0.18$$

由题目条件可知，在50Ω上未调载波功率 P 为10W。设调制后载波分量功率为 P_c，可求出

$$\begin{aligned}P_c&=P\text{J}_0^2(\beta_{FM})=P\text{J}_0^2(5)\\&=10\times(-0.18)^2=0.324(\text{W})\end{aligned}$$

(3) 设一次与二次边频分量所占总功率的百分比为 η，有

$$\begin{aligned}\eta&=2\times[\text{J}_1^2(5)+\text{J}_2^2(5)]\\&=2\times[(-0.33)^2+(-0.05)^2]\\&=22.28\%\end{aligned}$$

(4) 由教材式(3-115)可计算原信号的带宽为

$$\begin{aligned}B_{FM}&=2(1+\beta_{FM})f_m\\&=2\times(1+5)\times 250=3000(\text{Hz})\end{aligned}$$

如输入正弦信号幅度降为5V，即幅度降为原来的一半，由教材式(3-97)可知这时的调频指数 β_{FM1} 是原调频指数 β_{FM} 的一半，即

$$\beta_{FM1}=\frac{1}{2}\beta_{FM}=\frac{1}{2}\times 5=2.5$$

这时的带宽为

$$B_{FM1}=2(1+\beta_{FM1})f_m$$

$$= 2 \times (1 + 2.5) \times 250 = 1750(\text{Hz})$$

带宽减小量为

$$\Delta B = B_{\text{FM}} - B_{\text{FM1}} = 3000 - 1750 = 1250(\text{Hz})$$

3.30　某 FM 发射机用正弦信号调制，未调制时，在 50Ω 的电阻性负载上输出功率为 100W。发射机的峰值频偏由零起逐渐增加，直到输出的第一个边频的幅度为零。试求：

(1) 载波的平均功率；

(2) 全部剩余边频的平均功率；

(3) 调频波的幅度。

解　(1) 由题目条件出发，先查教材图 3-34，再核对教材附录表 C-1，可判断此调频信号的调频指数为

$$\beta_{\text{FM}} \approx 3.8$$

由教材附录表 C-1 可查出贝塞尔函数值为

$$\text{J}_0(\beta_{\text{FM}}) = \text{J}_0(3.8) = -0.40$$

设未调载波平均功率为 P，调制后载波分量平均功率为 P_c，可求出

$$P_c = P\text{J}_0^2(\beta_{\text{FM}}) = P\text{J}_0^2(3.8) = 100 \times (-0.40)^2 = 16(\text{W})$$

(2) 调频波的平均功率和未调载波平均功率 P 相同，设全部剩余边频的平均功率为 P_f，可求出

$$P_f = P - P_c = 100 - 16 = 84(\text{W})$$

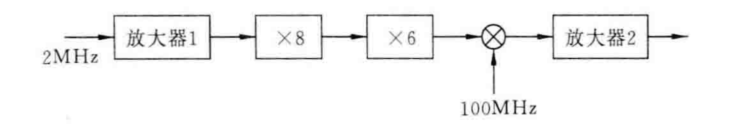
(3) 设调频波的幅度为 A，与未调载波平均功率 P 的关系为

$$P = \frac{A^2}{2R}$$

由此可求出调频波的幅度为

$$A = \sqrt{2RP} = \sqrt{2 \times 50 \times 100} = 100(\text{V})$$

3.31　某发射机由放大器、倍频器和混频器组成，如图题 3-31 所示。已知输入的调频信号其载波频率为 2MHz，调制信号频率为 10kHz，最大频偏为 300kHz，试求两个放大器的中心频率和要求的通带宽度各为多少(混频后取和频)?



图题 3-31

解 由题目条件可知调制信号频率 $f_m=10\text{kHz}$，输入调频信号的最大频偏 $\Delta f_{max}=300\text{kHz}$，输入调频信号的带宽为

$$\begin{aligned}B_{FM}&=2f_m+2\Delta f_{max}\\&=2\times10+2\times300=620(\text{kHz})\end{aligned}$$

设放大器1的中心频率为 f_{01}，输入的调频信号的载波频率为 f_{c1}，由图题3-31可知放大器1的中心频率为

$$f_{01}=f_{c1}=2(\text{MHz})$$

放大器1的带宽 B_{01} 即输入的调频信号带宽 B_{FM}，即

$$B_{01}=B_{FM}=620(\text{kHz})$$

调频信号经8倍频和6倍频后，调频信号的最大频偏为

$$\Delta f_{max2}=8\times6\times\Delta f_{max}=48\Delta f_{max}$$

倍频后的调频信号再与100MHz的参考信号混频，混频后取和频，所以放大器2的中心频率 f_{02} 为

$$\begin{aligned}f_{02}&=8\times6f_{c1}+100\\&=8\times6\times2+100=196(\text{MHz})\end{aligned}$$

放大器2的带宽 B_{02} 为

$$\begin{aligned}B_{02}&=2f_m+2\Delta f_{max2}\\&=2f_m+2\times48\Delta f_{max}\\&=2\times10+2\times48\times300\\&=28820(\text{kHz})=28.82(\text{MHz})\end{aligned}$$

3.32 用1kHz正弦信号对200kHz载波进行调频，峰值频偏为150Hz，求：

(1) 调频波带宽；

(2) 上述调频信号经 16 倍频后的带宽；

(3) 再经过 16 倍频后，调频信号中的最高边频数。

解　(1) 由题目条件可知载波频率 $f_c=200\text{kHz}$，调制信号频率 $f_m=1\text{kHz}$，峰值频偏 $\Delta f_{max1}=150\text{Hz}$。由教材式(3-115)可求出调频信号的带宽为

$$\begin{aligned}B_{FM1} &= 2f_m + 2\Delta f_{max1} \\ &= 2\times 1 + 2\times 0.15 = 2.3(\text{kHz})\end{aligned}$$

(2) 上述调频信号经 16 倍频，倍频后峰值频偏 Δf_{max2} 是倍频前峰值频偏 Δf_{max1} 的 16 倍，即

$$\Delta f_{max2} = 16\Delta f_{max1}$$

这时调频信号的带宽为

$$\begin{aligned}B_{FM2} &= 2f_m + 2\Delta f_{max2} \\ &= 2\times 1 + 2\times 16\times 0.15 = 6.8(\text{kHz})\end{aligned}$$

(3) 再经过 16 倍频，倍频后峰值频偏 Δf_{max3} 是倍频前峰值频偏 Δf_{max2} 的 16 倍，即

$$\begin{aligned}\Delta f_{max3} &= 16\Delta f_{max2} = 16\times 16\Delta f_{max1} \\ &= 256\times 0.15 = 38.4(\text{kHz})\end{aligned}$$

这时调频信号中的调频指数为

$$\beta_{FM3} = \frac{\Delta f_{max3}}{f_m} = \frac{38.4}{1} = 38.4$$

调频信号中的最高边频数为

$$n_{max} = \beta_{FM3} + 1 = 38.4 + 1 = 39.4$$

取整后的最高边频数为

$$n_{max} = 40$$

3.33　用鉴频器来接收调频信号，调制信号频率为 15kHz，幅度为 1V，最大频偏为 75kHz，信道噪声单边功率谱密度 $n_0=10^{-10}\text{W/Hz}$，希望得到 40dB 输出信噪比，试求调频信号的幅度。

解　由题目条件可知调制信号幅度 $A_m=1\text{V}$，调制信号频率 $f_m=15\text{kHz}$，峰值频偏 $\Delta f_{max}=75\text{kHz}$。由教材式(3-97)可计算出调频信号的调频指数为

$$\beta_{FM}=\frac{\Delta f_{max}}{f_m}=\frac{75}{15}=5$$

由教材式(3-156)可求出调频信号的信噪比增益为

$$\begin{aligned}G_{FM}&=3\beta_{FM}^2(1+\beta_{FM})\\&=3\times5^2\times(5+1)=450\end{aligned}$$

调频信号的带宽

$$B_{FM}=2f_m+2\Delta f_{max}=2\times15+2\times75=180(\text{kHz})$$

调频信号的输入功率为

$$S_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}N_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}n_0B_{FM}$$

代入具体数据中得

$$\begin{aligned}S_i&=10^4\times\frac{1}{450}\times10^{-10}\times180\times10^3\\&=4\times10^{-4}(\text{W})\end{aligned}$$

调频信号的输入功率与幅度的关系为

$$S_i=\frac{A^2}{2}$$

调频信号的幅度为

$$\begin{aligned}A&=\sqrt{2S_i}=\sqrt{2\times4\times10^{-4}}\\&=2.8\times10^{-2}(\text{V})\end{aligned}$$

3.34　假定解调器输入端的信号功率比发送端的功率低100dB，信道噪声单边功率谱密度 $n_0=10^{-10}\text{W/Hz}$，调制频率为10kHz，输出信噪比要求26dB，试求在下列不同情况下的发送功率。

(1) 10%和100%的标准调幅；

(2) 单边带调幅；

(3) 最大频偏为25kHz的调频。

解　(1) 由题目条件可知调制频率 $f_m=10\text{kHz}$，可求出标准调幅信号带宽为

$$B_{AM}=2f_m=2\times10=20(\text{kHz})$$

10%的标准调幅时，调幅指数 $\beta_{AM}=0.1$，由教材式(3-79)可求出标准调幅信号的信噪比增益为

$$G_{AM}=\frac{2\beta_{AM}^2}{2+\beta_{AM}^2}=\frac{2\times0.1^2}{2+0.1^2}=9.95\times10^{-3}$$

输出信噪比要求26dB，输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o}=10^{\frac{26}{10}}=3.98\times10^2$$

由题目条件可知，解调器输入端的信号功率比发送端的功率低100dB，即信道衰耗 α 为

$$\alpha=1\times10^{-10}$$

标准调幅信号的发送功率为

$$S_{AM}=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{AM}}\frac{1}{\alpha}N_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{AM}}\frac{1}{\alpha}n_0B_{AM}$$

代入具体数据后，得

$$\begin{aligned}S_{AM}&=3.98\times10^2\times\frac{1}{9.95\times10^{-3}}\times\frac{1}{10^{-10}}\times10^{-10}\times20\times10^3\\&=8\times10^8(\text{W})\end{aligned}$$

100%的标准调幅时，调幅指数 $\beta_{AM}=1$，标准调幅信号的信噪比增益为

$$G_{AM}=\frac{2\beta_{AM}^2}{2+\beta_{AM}^2}=\frac{2\times1^2}{2+1^2}=\frac{2}{3}$$

标准调幅信号的发送功率为

$$\begin{aligned}S_{AM}&=3.98\times10^2\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{10^{-10}}\times10^{-10}\times20\times10^3\\&=1.19\times10^7(\text{W})\end{aligned}$$

(2) 单边带调幅时，单边带信号的带宽为

$$B_{SSB}=f_m=10(\text{kHz})$$

由教材式(3-65)可知单边带信号的信噪比增益为

$$G_{SSB}=1$$

单边带信号的发送功率为

$$S_{SSB}=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{SSB}}\frac{1}{\alpha}N_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{SSB}}\frac{1}{\alpha}n_0B_{SSB}$$

代入具体数据,得

$$S_{SSB}=3.98\times10^2\times1\times\frac{1}{10^{-10}}\times10^{-10}\times10\times10^3$$

$$=3.98\times10^6(\mathrm{W})$$

(3) 最大频偏为25kHz的调频时,由教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{FM}=2f_m+2\Delta f_{max}=2\times10+2\times25=70(\mathrm{kHz})$$

由教材式(3-97)可计算出调频信号的调频指数为

$$\beta_{FM}=\frac{\Delta f_{max}}{f_m}=\frac{25}{10}=2.5$$

由教材式(3-156)可求出调频信号的信噪比增益为

$$G_{FM}=3\beta_{FM}^2(1+\beta_{FM})=3\times2.5^2\times(2.5+1)=65.63$$

调频信号的发送功率为

$$S_{FM}=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}\frac{1}{\alpha}N_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}\frac{1}{\alpha}n_0B_{FM}$$

代入具体数据,得

$$S_{FM}=3.98\times10^2\times\frac{1}{65.63}\times\frac{1}{10^{-10}}\times10^{-10}\times70\times10^3$$

$$=4.25\times10^5(\mathrm{W})$$

3.35　给定接收机的输出信噪比为50dB,信道中$n_0=10^{-10}\mathrm{W/Hz}$,单频调制信号频率为10kHz,试求:

(1) 在90%调幅时,需要调幅波的输入信噪比和载波幅度为多少?

(2) 在最大频偏为75kHz时,需要调频波的输入信噪比和幅度为多少?

解　(1) 由题目条件可知调制信号频率 $f_m=10\text{kHz}$，标准调幅信号带宽

$$B_{AM}=2f_m=2\times10=20(\text{kHz})$$

90%的标准调幅时，调幅指数 $\beta_{AM}=0.9$，由教材式(3-79)可求出标准调幅信号的信噪比增益为

$$G_{AM}=\frac{2\beta_{AM}^2}{2+\beta_{AM}^2}=\frac{2\times0.9^2}{2+0.9^2}=0.58$$

输出信噪比要求 50dB，输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o}=10^{\frac{50}{10}}=1\times10^5$$

输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{AM}}=1\times10^5\times\frac{1}{0.58}=1.72\times10^5$$

输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i}\right]_{dB}=10\cdot\lg(1.72\times10^5)=52.36(\text{dB})$$

调幅信号的发送功率

$$S_{AM}=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{AM}}N_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{AM}}n_0B_{AM}$$

代入具体数据，得

$$S_{AM}=1\times10^5\times\frac{1}{0.58}\times10^{-10}\times20\times10^3$$

$$=3.45\times10^{-1}(\text{W})$$

由教材式(3-79)和教材式(3-8)可求出标准调幅信号的调制效率为

$$\eta_{AM}=\frac{1}{2}G_{AM}=\frac{1}{2}\times0.58=0.29$$

而调幅信号的载波功率为

$$P_c=(1-\eta_{AM})P_{AM}$$

调幅信号的载波功率和载波幅度之间的关系为

$$P_c = \frac{A_0^2}{2}$$

可求出载波幅度为

$$\begin{aligned} A_0 &= \sqrt{2P_c} = \sqrt{2(1-\eta_{AM})P_{AM}} \\ &= \sqrt{2\times(1-0.29)\times 3.45\times 10^{-1}} \\ &= \sqrt{2\times 0.71\times 3.45\times 10^{-1}} \\ &= \sqrt{0.49} = 0.7(\mathrm{V}) \end{aligned}$$

(2) 在最大频偏为75kHz时,由教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{max} = 2\times 10 + 2\times 75 = 170(\mathrm{kHz})$$

由教材式(3-97)可计算出调频信号的调频指数

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f_{max}}{f_m} = \frac{75}{10} = 7.5$$

由教材式(3-156)可计算出调频信号的信噪比增益为

$$\begin{aligned} G_{FM} &= 3\beta_{FM}^2(1+\beta_{FM}) \\ &= 3\times 7.5^2\times(7.5+1) = 1.43\times 10^3 \end{aligned}$$

输出信噪比要求50dB,输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = 10^{\frac{50}{10}} = 1\times 10^5$$

输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{AM}} = 1\times 10^5\times\frac{1}{1.43\times 10^3} = 69.93$$

输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i}\right]_{dB} = 10\lg(69.93) = 18.44(\mathrm{dB})$$

调频信号的输入功率为

$$S_{FM} = \frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}N_i = \frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}n_0 B_{FM}$$

代入具体数据,得

$$S_{FM}=1\times 10^5\times\frac{1}{1.43\times 10^3}\times 10^{-10}\times 170\times 10^3$$
$$=1.19\times 10^{-3}(\text{W})$$

调频信号的功率和幅度之间的关系为

$$S_{FM}=\frac{A^2}{2}$$

可求出调频信号的幅度为

$$A=\sqrt{2S_{FM}}=\sqrt{2\times 1.19\times 10^{-3}}=48.79(\text{mV})$$

3.36　已知某单频调制的调频波的调频指数为10,输出信噪比为50dB,信道噪声双边功率谱密度为 $n_0/2=10^{-12}$ W/Hz,如果发端平均发射功率为10W,当达到输出信噪比要求时所允许的信道衰减为多少分贝?设调制信号频率 $f_m=2$kHz。

解　由题目条件可知调制信号频率 $f_m=2$kHz,调频信号的调频指数 $\beta_{FM}=10$,由教材式(3-156)可计算出调频信号的信噪比增益为

$$G_{FM}=3\beta_{FM}^2(1+\beta_{FM})$$
$$=3\times 10^2\times(10+1)=3300$$

由教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{FM}=2(1+\beta_{FM})f_m$$
$$=2\times(1+10)\times 2=44(\text{kHz})$$

调频信号的输入功率为

$$S_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}N_i=\frac{S_o}{N_o}\frac{1}{G_{FM}}n_0B_{FM}$$

代入具体数据,得

$$S_i=1\times 10^5\times\frac{1}{3300}\times 2\times 10^{-12}\times 44\times 10^3$$
$$=2.67\times 10^{-6}(\text{W})$$

由题目条件可知调频信号的发射功率 $S_{FM}=10$W,设允许的信道衰减为 α,其分贝值为

$$-10 \cdot \lg\alpha = 10 \cdot \lg \frac{S_{FM}}{S_i}$$

$$= 10 \cdot \lg \frac{10}{2.67 \times 10^{-6}}$$

$$= 65.74(\text{dB})$$

3.37 设信道引入的加性白噪声双边功率谱密度为 $n_0/2 = 0.25 \times 10^{-14}$ W/Hz,路径衰耗为100dB,调制信号为10kHz单频正弦波。若要求解调输出信噪比为40dB,求下列情况发送端最小功率。

(1) 常规调幅,包络检波,$\beta_{AM} = 0.707$;

(2) 调频,鉴频器解调,最大频偏 $\Delta f = 10$kHz;

(3) 单边带调幅,相干解调。

解 (1) 由题目条件可知,调制信号频率 $f_m = 10$kHz,常规调幅信号的带宽

$$B_{AM} = 2f_m = 2 \times 10 = 20(\text{kHz})$$

题目条件还给出调幅指数 $\beta_{AM} = 0.707$,常规调幅信号包络检波的信噪比增益为

$$G_{AM} = \frac{2\beta_{AM}^2}{2 + \beta_{AM}^2} = \frac{2 \times 0.707^2}{2 + 0.707^2} = 0.40$$

路径衰耗 α 为100dB,即

$$\alpha = 10^{-\frac{100}{10}} = 1 \times 10^{-10}$$

要求输出信噪比为40dB,输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = 10^{\frac{40}{10}} = 1 \times 10^4$$

常规调幅信号的发送功率为

$$S_{AM} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{AM}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{AM}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{AM}$$

代入具体数据,得

$$S_{AM} = 1 \times 10^4 \times \frac{1}{0.4} \times \frac{1}{10^{-10}} \times 2 \times 0.25 \times 10^{-14} \times 20 \times 10^3$$

$$= 2.5 \times 10^4 (\mathrm{W})$$

(2) 由题目条件可知，调频信号的最大频偏 $\Delta f_{\max} = 10\mathrm{kHz}$。由教材式(3-97)可计算出调频信号的调频指数为

$$\beta_{\mathrm{FM}} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_{\mathrm{m}}} = \frac{10}{10} = 1$$

由教材式(3-156)可计算出调频信号鉴频器解调时的信噪比增益为

$$G_{\mathrm{FM}} = 3\beta_{\mathrm{FM}}^2(1 + \beta_{\mathrm{FM}}) = 3 \times 1^2 \times (1 + 1) = 6$$

由教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{\mathrm{FM}} = 2f_{\mathrm{m}} + 2\Delta f_{\max} = 2 \times 10 + 2 \times 10 = 40(\mathrm{kHz})$$

调频信号的发送功率为

$$S_{\mathrm{FM}} = \frac{S_{\mathrm{o}}}{N_{\mathrm{o}}} \frac{1}{G_{\mathrm{FM}}} \frac{1}{\alpha} N_{\mathrm{i}} = \frac{S_{\mathrm{o}}}{N_{\mathrm{o}}} \frac{1}{G_{\mathrm{FM}}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{\mathrm{FM}}$$

代入具体数据，得

$$S_{\mathrm{FM}} = 1 \times 10^4 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{10^{-10}} \times 2 \times 0.25 \times 10^{-14} \times 40 \times 10^3$$

$$= 3.33 \times 10^3 (\mathrm{W})$$

(3) 由题目条件可知，调制信号频率 $f_{\mathrm{m}} = 10\mathrm{kHz}$，单边带信号的带宽为

$$B_{\mathrm{SSB}} = f_{\mathrm{m}} = 10(\mathrm{kHz})$$

由教材式(3-65)可知单边带信号相干解调时的信噪比增益为

$$G_{\mathrm{SSB}} = 1$$

单边带信号的发送功率为

$$S_{\mathrm{SSB}} = \frac{S_{\mathrm{o}}}{N_{\mathrm{o}}} \frac{1}{G_{\mathrm{SSB}}} \frac{1}{\alpha} N_{\mathrm{i}} = \frac{S_{\mathrm{o}}}{N_{\mathrm{o}}} \frac{1}{G_{\mathrm{SSB}}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{\mathrm{SSB}}$$

代入具体数据，得

$$S_{\mathrm{SSB}} = 1 \times 10^4 \times 1 \times \frac{1}{10^{-10}} \times 2 \times 0.25 \times 10^{-14} \times 10 \times 10^3$$

$$= 5 \times 10^3 (\mathrm{W})$$

3.38　某通信信道分配 100～150kHz 的频率范围用于传

输调频波，已知调制信号 $f(t)=A_m\cos(10^4\pi t)$，信道衰减为60dB，信道噪声功率谱密度为 $n_0=10^{-10}$ W/Hz。

(1) 调频波有效带宽为多少？载频应是多少？

(2) 求出适当的调频指数 β_{FM} 和最大频偏；

(3) 设接收机门限信噪比为10dB，如果要求接收机正常解调(输入信噪比应大于门限信噪比)，试计算发端的载波幅度；

(4) 写出发送端已调波表达式。

解　(1) 由题目条件可知，信道分配100～150kHz的频率范围用于传输调频波，调频波的有效带宽 B_{FM} 为

$$B_{FM}=150-100=50(\text{kHz})$$

载频 f_c 应取频率范围的中心频率，即

$$f_c=\frac{100+150}{2}=125(\text{kHz})$$

(2) 题目条件给出调制信号 $f(t)=A_m\cos(10^4\pi t)$，调制信号频率 f_m 为

$$f_m=\frac{10^4\pi}{2\pi}=5(\text{kHz})$$

由教材式(3-115)可知调频指数 β_{FM} 和带宽的关系为

$$B_{FM}=2(1+\beta_{FM})f_m=2\times(1+\beta_{FM})\times 5=50(\text{kHz})$$

由此可求得调频指数 β_{FM} 为

$$\beta_{FM}=4$$

由教材式(3-97)可求出最大频偏 Δf_{max} 为

$$\Delta f_{max}=\beta_{FM}f_m=4\times 5=20(\text{kHz})$$

(3) 当接收机门限信噪比为10dB时，输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i}\right]_{dB}=10\cdot\lg\left[\frac{S_i}{N_i}\right]=10(\text{dB})$$

可求得输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i}=10$$

路径衰耗 α 为 60dB，即

$$\alpha = 1 \times 10^{-6}$$

调频信号的发射功率为

$$S_{FM} = \frac{S_i}{N_i} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_i}{N_i} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{FM}$$

代入具体数据，得

$$S_{FM} = 10 \times \frac{1}{1 \times 10^{-6}} \times 1 \times 10^{-10} \times 50 \times 10^3 = 50(\mathrm{W})$$

调频信号的功率和载波幅度的关系为

$$S_{FM} = \frac{A^2}{2}$$

可求出载波信号的幅度为

$$A = \sqrt{2S_{FM}} = \sqrt{2 \times 50} = 10(\mathrm{V})$$

(4) 已知调制信号 $f(t) = A_m \cos(10^4 \pi t)$，由教材式(3-96)可写出发送端已调波表达式为

$$S_{FM}(t) = A\cos(\omega_c t + \beta_{FM} \sin\omega_m t)$$

代入具体数据，发送端已调波表达式为

$$S_{FM}(t) = 10\cos[2.5 \times 10^5 \pi t + 4\sin(10^4 \pi t)]$$

3.39 发射端已调波为 $s_{FM}(t) = 10\cos[10^7 \pi t + 4\cos(2\pi \times 10^3 t)]$，信道噪声功率谱密度为 $n_0 = 5 \times 10^{-10}$ W/Hz，试求每千米信道衰减量为多大时，接收机在正常工作时最大传输距离是 150km。设接收机门限信噪比为 10dB。

解 由题目条件可知，调制信号频率 f_m 为

$$f_m = \frac{2\pi \times 10^3}{2\pi} = 1(\mathrm{kHz})$$

调频指数 $\beta_{FM} = 4$，由教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2(1 + \beta_{FM}) \times f_m = 2 \times (1 + 4) \times 1 = 10(\mathrm{kHz})$$

接收机门限信噪比为 10dB，即输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i}\right]_{dB} = 10 \cdot \lg\left[\frac{S_i}{N_i}\right] = 10(dB)$$

可求得输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = 10$$

调频信号的输入功率为

$$S_i = 10N_i = 10n_0 B$$

设调频信号的发射功率为 S_{FM},发射功率与载波幅度的关系为

$$S_{FM} = \frac{A^2}{2}$$

设信道衰减量为 α,分贝值可表示为

$$\begin{aligned} -10 \cdot \lg\alpha &= 10 \cdot \lg \frac{S_{FM}}{S_i} \\ &= 10 \cdot \lg \frac{A^2}{2 \times 10N_i} \\ &= 10 \cdot \lg \frac{10^2}{2 \times 10 \times 5 \times 10^{-10} \times 10 \times 10^3} \\ &= 10 \cdot \lg 10^6 = 60(dB) \end{aligned}$$

接收机在正常工作时最大传输距离是150km,设每公里信道衰减量的分贝值为 β,可表示为

$$\beta = \frac{60}{150} = 0.4(dB/km)$$

3.40　有10路具有3kHz最高频率的信号进行多路复用,采用SSB/FM复合调制,假定不考虑邻路防护频带,调频指数采用5,试求第二次调制前后的信号频带宽度各为多少?

解　由题目条件可知,调制信号频率 $f_m = 3$kHz,第一次调制为单边带调制,第一次调制后的信号带宽为

$$B_{SSB} = 10f_m = 10 \times 3 = 30(kHz)$$

第一次调制后的信号作为第二次调制的输入信号,所以第二次调制前的信号带宽即为30kHz。

第二次调制为调频指数 $\beta_{FM}=5$ 的频率调制，第二次调制后的信号带宽为

$$B_{FM}=2(1+\beta_{FM})\times B_{SSB}=2\times(1+5)\times 30=360(\text{kHz})$$

3.41　设有一个 13kHz 正弦信号，要在加性白噪声情况下用 FM 传输，假定要求在解调器输出端有 20.33dB(108 倍)的信噪比改善。

(1) 求不采用加重技术时所要求的最大频偏；

(2) 采用加重技术时所要求的最大频偏是增大还是减小？

解　(1) 解调器输出端有 20.33dB(108 倍)的信噪比改善，即

$$10\cdot\lg G_{FM}=20.33(\text{dB})$$

信噪比增益为

$$G_{FM}=3\beta_{FM}^{2}(1+\beta_{FM})=108$$

由上式可求出调频指数为

$$\beta_{FM}=3$$

调频指数和最大频偏的关系为

$$\beta_{FM}=\frac{\Delta f_{max}}{f_m}$$

不采用加重技术时所要求的最大频偏 Δf_{max} 为

$$\Delta f_{max}=f_m\beta_{FM}=3\times 13=39(\text{kHz})$$

(2) 采用加重技术时，预加重网络的作用是提升调制信号的高频分量，这时调频后所要求的最大频偏要增大。

3.42　设有一个 60 路模拟话音信号的频分复用系统，每路话音信号的频率范围为 0～4kHz。副载波调制用 SSB，主载波调制用 FM。

(1) 求副载波调制后的信号带宽；

(2) 如果最大频偏为 800kHz，试求信道传输带宽。

解　(1) 副载波调制用 SSB，信号带宽为

$$B_{SSB}=60f_m=60\times 4=240(\text{kHz})$$

(2) 主载波调制用 FM，如果最大频偏为 800kHz，信道传输

带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{max} = 2 \times 240 + 2 \times 800 = 2080(\text{kHz})$$

3.43 根据FM信号和PM信号的一般表达式,完成表题解3-43。

解

表题解 3-43

	FM	PM
表达式	$s_{FM}(t) = A\cos[\omega_c t + K_{FM}\int f(t)dt]$	$s_{PM}(t) = A\cos[\omega_c t + K_{PM} f(t)]$
瞬时相位	$\theta(t) = \int \omega(t)dt = \omega_c t + K_{FM}\int f(t)dt$	$\theta(t) = \omega_c t + K_{PM} f(t)$
瞬时相位偏移	$\varphi(t) = K_{FM}\int f(t)dt$	$\varphi(t) = K_{PM} f(t)$
最大相偏	$\varphi(t)_{max} = K_{FM}\left\|\int f(t)dt\right\|_{max}$	$\varphi(t)_{max} = K_{PM}\|f(t)\|_{max}$
瞬时频率	$\omega(t) = \omega_c + K_{FM} f(t)$	$\omega(t) = \omega_c + K_{PM}\dfrac{df(t)}{dt}$
瞬时频率偏移	$\Delta\omega(t) = \dfrac{d\varphi(t)}{dt} = K_{FM} f(t)$	$\Delta\omega(t) = K_{PM}\dfrac{df(t)}{dt}$
最大频偏	$\|\Delta\omega(t)\|_{max} = K_{FM}\|f(t)\|_{max}$	$\|\Delta\omega(t)\|_{max} = K_{PM}\left\|\dfrac{df(t)}{dt}\right\|_{max}$

第 4 章　模拟信号的数字化

4.1　学习辅导

4.1.1　教学背景

第 3 章讨论了模拟通信系统的工作原理。在模拟通信系统的信道上传输的是模拟信号。与模拟通信系统相对应的是数字通信系统。与模拟通信系统相比，数字通信系统有诸多不可比拟的优点，是更加优越的传输体制。

数字通信系统传输的是数字信号，而有待传输的信号绝大多数是模拟信号，例如模拟电话信号、模拟图像信号等。为了通过数字通信系统完成传输模拟信号的目的，就要设法把模拟信号转换成数字信号。把模拟信号转换成数字信号的过程称为模拟信号的数字化。

第 4 章讨论模拟信号数字化的工作原理。

4.1.2　学习目标

(1) 说明模拟信号数字化的意义。

(2) 实现对模拟信号的抽样。

① 说明抽样的目的。

② 写出抽样定理的内容和公式，计算模拟信号的最低抽样频率。

③ 写出低通抽样信号的时域和频域表达式。列出从低通抽样信号恢复模拟信号的方法和条件。

④ 描述 3 种抽样方式在时域和频域方面的特点。

(3) 实现对模拟信号的量化。

① 说明量化的目的。

② 说明均匀量化的定义。计算正弦信号均匀量化的量化信噪比。

③ 说明非均匀量化的定义和原理。

④ 了解 A 律和 μ 律压缩特性的规律。解释 A 律 13 折线的规律。

(4) 实现对模拟信号的脉冲编码调制(PCM)。

① 了解 PCM 编码的过程。

② 使用编码表对样值进行 A 律 13 折线编码。

(5) 了解差分脉码调制(ADPCM)的基本原理。

(6) 了解增量编码(ΔM)的基本原理。

(7) 说明时分复用的原理。总结时分复用和频分复用的区别。了解 PCM 数字电话系统的数字复接系列的等级。描述 A 律 PCM 基群帧结构,计算基群帧结构中的多种参量。

4.1.3　学习要点

1. 模拟信号的抽样

- 抽样的目的
- 抽样定理的内容和公式
- 低通抽样信号的时域和频域表达式
- 由低通抽样信号无失真恢复模拟信号的方法和条件
- 3 种抽样方式

2. 模拟信号的量化

- 量化的目的
- 量化和量化误差的关系
- 均匀量化的定义
- 均匀量化和线性 PCM 编码

- 量化信噪比的定义和计算
- 非均匀量化的定义和原理
- 对数压缩特性：A 律和 μ 律压缩特性
- A 律压缩特性的折线近似，A 律 13 折线

3. A 律 PCM 编码

- 折叠二进制码组
- A 律 PCM 编码规则，编码表

4. 脉冲编码调制系统

- 脉冲编码调制过程
- 影响 PCM 系统性能的两种噪声：信道噪声和量化噪声

5. 时分复用

- 时分复用的定义和原理
- 时分复用和频分复用的区别
- 数字复接系列：准同步数字复接系列、同步数字复接系列
- A 律 PCM 基群帧结构的描述
- A 律 PCM 基群帧结构中的参量计算：帧周期、时隙数、时隙宽度、码元数、码元周期、基群码元速率、基群信息速率

4.1.4　学习难点

1. 量化和量化误差的关系

量化是对模拟信号的幅度进行近似处理的过程，所以量化必然产生量化误差。

2. 分层电平 x_k、量化电平 y_k、量化误差 q 之间的关系

分层电平 x_k 是相邻量化间隔的分界点，是样值所在的量化层(级)的起始电平，是编码的依据。处于同一层的样值，其编码的结果是唯一的。

一般来说量化电平 y_k 是相邻分层电平的中点，量化电平和分层电平之间的关系为

$$y_k = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$$

y_k 和 x_k 之间的关系也可以表示为

$$y_k = x_k + \frac{\Delta_k}{2}$$

为了保证解码所造成的量化误差小于量化间隔的一半，将解码恢复出的电平 $\hat{x}$ 再叠加上该层量化间隔的一半，所以解码输出电平为

$$\hat{x} = \hat{x}_k + \frac{\Delta_k}{2}$$

经过这样的处理，对分层电平 x_k 的编码等效于对量化电平 y_k 的编码，以保证解码的量化误差 q 小于该层量化间隔的一半。

3. A 律压缩特性取 87.6 的原因

A 律压缩特性无法精确实现，只能用折线近似。A 律 13 折线起始段的斜率和 $A=87.6$ 的压缩特性起始段的斜率相等，均为 16，所以 A 律 13 折线逼近的是 $A=87.6$ 的压缩特性。A 律压缩特性是理论基础，A 律 13 折线是对压缩特性的近似，$A=87.6$ 反映了 13 折线和压缩特性的关系。

4. ΔM 编码和 PCM 编码的比较

PCM 编码是样值编码。PCM 数字电话的抽样频率是 8kHz，每个样值编 8 位码，每路信号的信息速率是 64kbit/s。PCM 数字电话应用于公用网。

ΔM 编码是斜率编码。ΔM 数字电话的抽样频率是 32kHz，每个样值编 1 位码，每路信号的信息速率是 32kbit/s。ΔM 数字电话应用于专用网。

5. 时分复用和频分复用的区别

时分复用是把可用的时间分为若干时隙，多路信号分别占

用不同的时隙。时分复用信号在时域上是分割的，在频域上是重叠的。时分复用可通过数字电路实现。

频分复用是把可用的频率分为若干频段，多路信号分别占用不同的频段。频分复用信号在频域上是分割的，在时域上是重叠的。频分复用要通过模拟调制器和模拟滤波器实现。

4.1.5　学习后记

对模拟信号进行编码得到了数字信息，接下来要讨论的问题是如何用电信号表示这些数字信息并进行有效的传输。第 5 章讨论数字信号的基带传输，第 6 章讨论数字信号的调制(频带)传输。

4.2　习题解答

4.1　已知信号组成为 $f(t)=\cos\omega_1 t+\cos 2\omega_1 t$，用理想低通滤波器来接收抽样后的信号。

(1) 试画出该信号的频谱图；

(2) 试确定最小抽样频率；

(3) 再画出理想抽样后的信号频谱图。

解　(1) 信号的频谱图如图题解 4-1(a)所示。

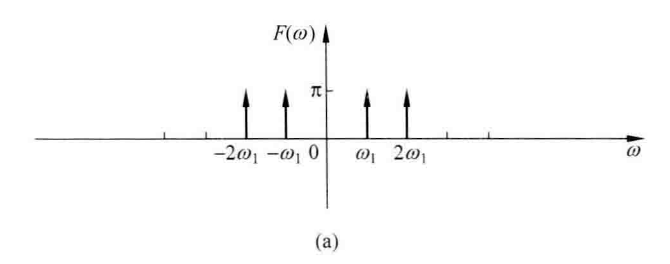
(2) 由信号表达式可知，该信号为双频信号，因此抽样频率应以频率高的信号为准进行计算。信号的最高频率为

$$f_{\mathrm{H}}=\frac{2\omega_1}{2\pi}=\frac{\omega_1}{\pi}$$

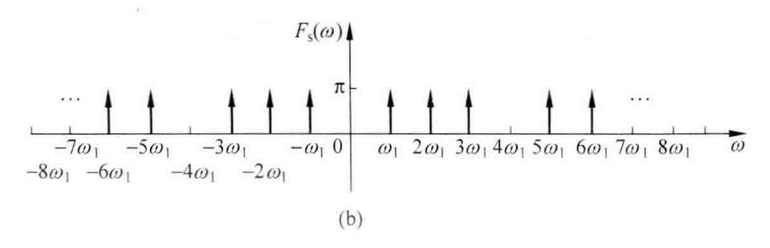
可求出最低抽样频率

$$f_{\mathrm{s}}=2f_{\mathrm{H}}=\frac{2\omega_1}{\pi}$$

(3) 抽样后的信号频谱图如图题解 4-1(b)所示。



(a)



(b)

图题解 4-1

4.2 设以每秒 75 次的速度对以下两个信号抽样：

$$g_1(t) = 10\cos(100\pi t)$$

$$g_2(t) = 10\cos(50\pi t)$$

用抽样信号的时域表达式证明所得两个信号的抽样序列是相同的。

证明　由题目条件可知抽样频率 $f_s=75\text{Hz}$,可计算出抽样间隔

$$T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{75}(\text{s})$$

由教材式(4-2)可写出 $g_1(t)$的抽样序列为

$$g_{1s}(t)= \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_1(nT_s)\delta(t-nT_s)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 10\cos\left[100\pi\left(\frac{n}{75}\right)\right]\delta\left(t-\frac{n}{75}\right)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 10\cos\left[\left(\frac{4\pi n}{3}\right)\right]\delta\left(t-\frac{n}{75}\right)$$

由教材式(4-2)可写出 $g_2(t)$的抽样序列为

$$g_{2s}(t)= \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_2(nT_s)\delta(t-nT_s)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 10\cos\left[50\pi\left(\frac{n}{75}\right)\right]\delta\left(t-\frac{n}{75}\right)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 10\cos\left[\left(\frac{2\pi n}{3}\right)\right]\delta\left(t-\frac{n}{75}\right)$$

由三角公式可知

$$\cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right)= \cos\left(\frac{4\pi n}{3}\right)$$

所以两个信号的抽样序列是相同的，即

$$g_{1s}(t) = g_{2s}(t)$$

此题得证。

4.3 已知信号 $x(t)=10\cos(20\pi t)\cos(200\pi t)$，抽样频率 $f_s=250\text{Hz}$。

(1) 求抽样信号 $x_s(t)$的频谱；

(2) 要求无失真恢复 $x(t)$，试求出对 $x_s(t)$采用的低通滤波器的截止频率；

(3) 试求无失真恢复 $x(t)$情况下的最低抽样频率 f_s。

解 (1) 题目给出的信号可表示为

$$\begin{aligned} x(t) &= 10\cos(20\pi t)\cos(200\pi t) \\ &= 5[\cos(220\pi t) + \cos(180\pi t)] \end{aligned}$$

信号的频谱为

$$\begin{aligned} X(\omega) = 5\pi[&\delta(\omega-220\pi)+\delta(\omega+220\pi) \\ &+\delta(\omega-180\pi)+\delta(\omega+180\pi)] \end{aligned}$$

由题目条件可知抽样频率 $f_s=250\text{Hz}$,抽样角频率

$$\omega_s = 2\pi \times 250 = 500\pi(\text{rad/s})$$

抽样周期

$$T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{250}(\text{s})$$

由教材式(4-3)可写出抽样信号的频谱

$$\begin{aligned} X_s(\omega) &= \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s) \\ &= 250\sum_{n=-\infty}^{\infty} 5\pi[\delta(\omega - 220\pi - 500n\pi) \\ &\quad + \delta(\omega + 220\pi - 500n\pi) + \delta(\omega - 180\pi - 500n\pi) \\ &\quad + \delta(\omega + 180\pi - 500n\pi)] \end{aligned}$$

(2) 原信号 $x(t)$ 为双频信号,角频率为 180π 和 220π。要求无失真恢复 $x(t)$,滤波器的截止频率要确保频率高的信号通过,所以滤波器的截止频率为

$$f_H = \frac{220\pi}{2\pi} = 110(\text{Hz})$$

(3) 原信号 $x(t)$ 为双频信号,最低抽样频率应以频率高的信号为准,所以最低抽样频率为

$$f_s = 2f_H = 220(\text{Hz})$$

4.4　低通信号 $x(t)$ 的频谱 $X(f)$ 为

$$X(f) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|f|}{200}, & |f| \leqslant 200 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 假定 $x(t)$ 是以 $f_s=300\text{Hz}$ 进行理想抽样,画出抽样后的频谱 $X_s(f)$;

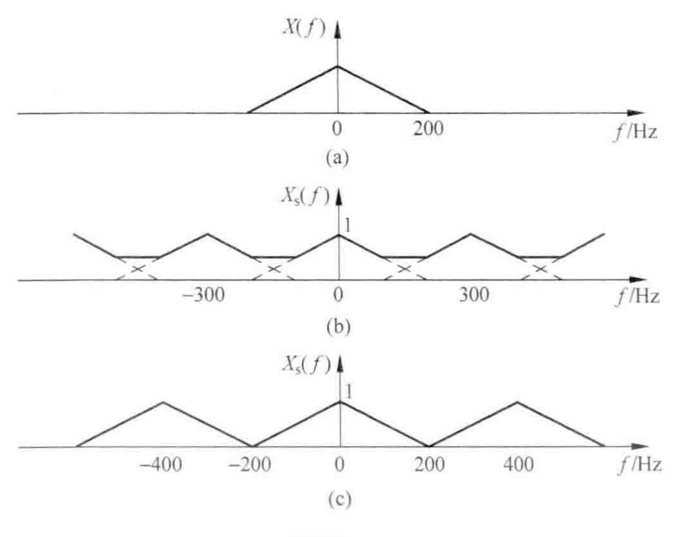
(2) 当 $f_s=400\text{Hz}$ 时重复(1)的内容。

解　$X(f)$ 的频谱如图题解 4-4(a)所示。

(1) $f_s=300\text{Hz}$ 时抽样后的信号频谱如图题解 4-4(b)中实

线所示。

(2) $f_s=400\text{Hz}$ 时抽样后的信号频谱如图题解 4-4(c)所示。



图题解 4-4

讨论　题目中低通信号的最高频率为 200Hz,要求最低抽样频率 $f_s=400\text{Hz}$。第(1)问中抽样频率 $f_s=300\text{Hz}<400\text{Hz}$,抽样后的频谱发生混叠。第(2)问中抽样频率 $f_s=400\text{Hz}$,满足抽样定理的要求,抽样后的频谱不发生混叠。

4.5　设有信号 $x(t)=2\cos(400\pi t)+6\cos(640\pi t)$,以 $f_s=500\text{Hz}$ 进行理想抽样,已抽样信号通过一截止频率为 400Hz 的低通滤波器,求该滤波器的输出端有哪些频率成分?

解　由题目条件可知抽样频率 $f_s=500\text{Hz}$,可计算出抽样间隔

$$T_s=\frac{1}{f_s}=\frac{1}{500}(\text{s})$$

由教材式(4-3)可写出抽样信号的频谱

$$\begin{aligned}X_s(\omega) &= \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s) \\ &= 500\sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi[\delta(\omega - 400\pi - 1000n\pi) \\ &\quad + \delta(\omega + 400\pi - 1000n\pi)] \\ &\quad + 500\sum_{n=-\infty}^{\infty} 6\pi[\delta(\omega - 640\pi - 1000n\pi) \\ &\quad + \delta(\omega + 640\pi - 1000n\pi)]\end{aligned}$$

对抽样信号的频率进行分析,当 $n=0$ 时,抽样信号的频率包括

$$\omega_0 = 400\pi(\text{rad});\ 640\pi(\text{rad})$$

$$f_0 = 200\text{Hz};\ 320\text{Hz}$$

当 $n=1$ 时,抽样信号的频率包括

$$\omega_1 = 1400\pi(\text{rad});\ 600\pi(\text{rad});\ 1640\pi(\text{rad});\ 360\pi(\text{rad})$$

$$f_1 = 700\text{Hz};\ 300\text{Hz};\ 820\text{Hz};\ 180\text{Hz}$$

已抽样信号通过一截止频率为400Hz的低通滤波器,即滤波器滤除400Hz以上的信号,所以滤波器输出信号的频率为

$$f_{\text{out}} = 200\text{Hz};\ 320\text{Hz};\ 300\text{Hz};\ 180\text{Hz}$$

讨论　除频率为200Hz、320Hz的原信号以外,还产生了频率为300Hz、180Hz的信号,这就是不满足抽样定律时产生的频谱混叠效应。

4.6　12路载波电话信号占有频率范围为60kHz~108kHz,求出其最低抽样频率 f_s,并画出理想抽样后的信号频谱。

解　由题目条件可知信号的最低频率为 $f_L=60\text{kHz}$,信号的最高频率为 $f_H=108\text{kHz}$,所以信号的带宽为

$$B = f_H - f_L = 108 - 60 = 48(\text{kHz})$$

由于 $B<f_L$,所以信号必须按带通信号进行处理。教材式(4-6)给出最低抽样频率

$$f_s = 2B\left(1+\frac{M}{N}\right)$$

先计算 f_H/B 的值，即

$$\frac{f_H}{B} = \frac{108}{48} = 2.25$$

N 的取值为

$$N = 2$$

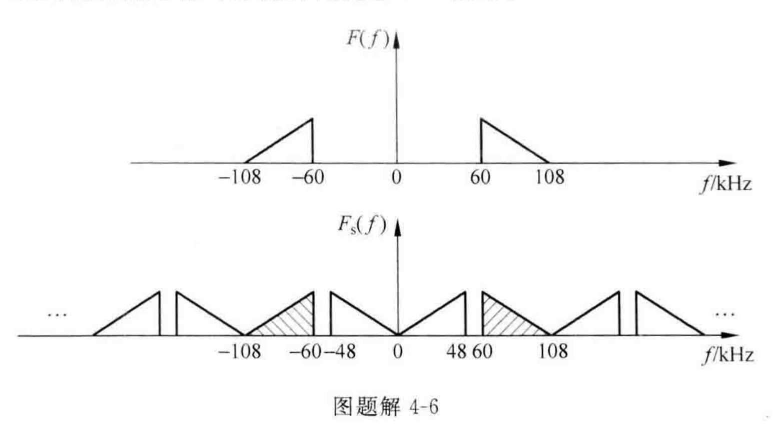
M 的取值为

$$M = \frac{f_H}{B} - N = \frac{108}{48} - 2 = 0.25$$

代入教材式(4-6)可求出最低抽样频率

$$f_s = 2B\left(1+\frac{M}{N}\right) = 2\times 48\times\left(1+\frac{0.25}{2}\right) = 108(\text{kHz})$$

理想抽样后的信号频谱如图题解 4-6 所示。



图题解 4-6

4.7　信号 $x(t)$的最高频率为 f_H，由矩形脉冲进行平顶抽样，矩形脉冲宽度为 τ，幅度为 A。若抽样频率 $f_s=2.5f_H$，求已抽样信号的时间表达式和频谱表示式。

解　由抽样频率 $f_s=2.5f_H$ 可知抽样角频率

$$\omega_s = 2\pi\times 2.5f_H = 5\pi f_H$$

抽样间隔

$$T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{2.5f_H}$$

由题目条件可知,抽样脉冲序列为

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(t - nT_s)$$

其中,$p(t)$为矩形脉冲,表达式为

$$p(t) = \begin{cases} A, & 0 < t \leqslant \tau \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

参考教材式(4-7),已抽样信号的时间表示式为

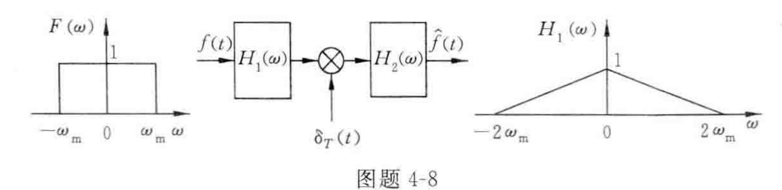
$$x_s(t) = x(t) \cdot c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)p(t - nT_s)$$

上式中 $x(nT_s)$是 $t=nT_s$ 时刻的抽样值,$p(t-nT_s)$为平顶抽样的矩形抽样脉冲。由教材式(4-9)可知,已抽样信号的频谱表示式为

$$X_{sf}(\omega) = \frac{A\tau}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_s)\frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$$

$$= 2.5f_H A\tau \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - 5\pi f_H n)\frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$$

4.8　如图题 4-8 所示,信号频谱为理想矩形,信号通过 $H_1(\omega)$网络后再理想抽样。



图题 4-8

(1) 试求抽样角频率;

(2) 试求抽样后的频谱组成;

(3) 试分析接收网络 $H_2(\omega)$应如何设计才没有信号失真。

解　(1) 信号频谱为 $F(\omega)$，设信号通过 $H_1(\omega)$ 网络后的频谱为 $F_1(\omega)$，$F_1(\omega)$ 的最高角频率为 ω_m，抽样角频率

$$\omega_s = 2\omega_m$$

抽样间隔

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{2\pi}{2\omega_m} = \frac{\pi}{\omega_m}$$

(2) $F_1(\omega)$ 的表达式为

$$F_1(\omega) = F(\omega)H_1(\omega)$$

设抽样后的频谱为 $F_s(\omega)$，可表示为

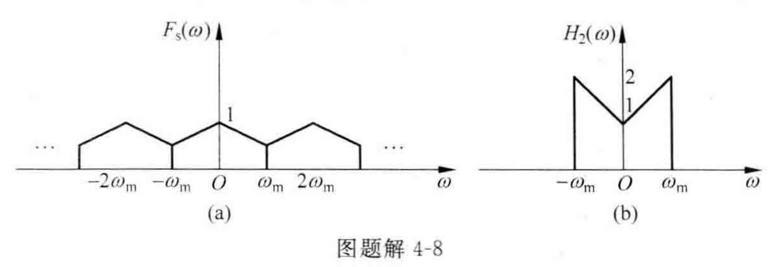
$$\begin{aligned} F_s(\omega) &= \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_1(\omega - n\omega_s) = \frac{\omega_m}{\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_1(\omega - n\omega_s) \\ &= \frac{\omega_m}{\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s)H_1(\omega - n\omega_s) \end{aligned}$$

频谱图如图题解 4-8(a)所示。

(3) 为了使信号没有失真，接收网络 $H_2(\omega)$ 应设计为

$$H_2(\omega) = \begin{cases} \dfrac{1}{H_1(\omega)}, & |\omega| \leqslant \omega_m \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

网络特性如图题 4-8(b)所示。



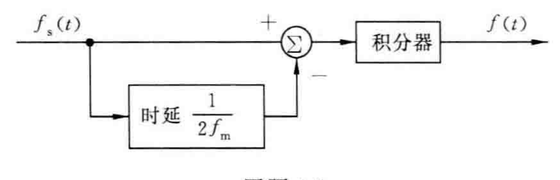
图题解 4-8

4.9　若 $f(t)$ 是带限在 f_m 的连续信号，$f_s(t)$ 是抽样信号$\left(\text{以}\dfrac{1}{2f_m}\text{间隔均匀抽样}\right)$，让 $f_s(t)$ 通过低通滤波器可以从 $f_s(t)$ 中恢复 $f(t)$。在实际中常采用如图题 4-9 所示的一阶保持电路，该电路的输出和 $f(t)$ 相似。

(1) 对于典型抽样信号 $f_s(t)$,画出输入和输出波形;

(2) 图中所示系统的传递函数是什么?

(3) 画出此系统的频率响应,并将它与理想低通滤波器特性比较。



图题 4-9

解 (1) 对于典型抽样信号 $f_s(t)$,图题 4-9 所示电路的输入和输出波形如图题解 4-9(a)所示。

(2) 设 $f_s(t)$对应的频谱函数为 $F_s(\omega)$,经过相加器后的信号为 $f_1(t)$,则有

$$f_1(t) = f_s(t) - f_s\left(t - \frac{1}{2f_m}\right)$$

对应的频谱函数为

$$\begin{aligned} F_1(\omega) &= F_s(\omega) - F_s(\omega)e^{-j\omega/2f_m} \\ &= F_s(\omega)e^{-j\omega/4f_m}(e^{j\omega/4f_m} - e^{-j\omega/4f_m}) \\ &= 2jF_s(\omega)e^{-j\omega/4f_m}\sin\left(\frac{\omega}{4f_m}\right) \end{aligned}$$

再经过积分器,输出信号的频谱为

$$F(\omega) = \frac{1}{j\omega}F_1(\omega) + \pi F_1(0)\delta(\omega)$$

由于

$$F_1(0) = 2jF_s(0)e^{-j\cdot 0/4f_m}\sin\left(\frac{0}{4f_m}\right) = 0$$

因此有

$$\pi F_1(0)\delta(\omega) = 0$$

输出信号的频谱函数为

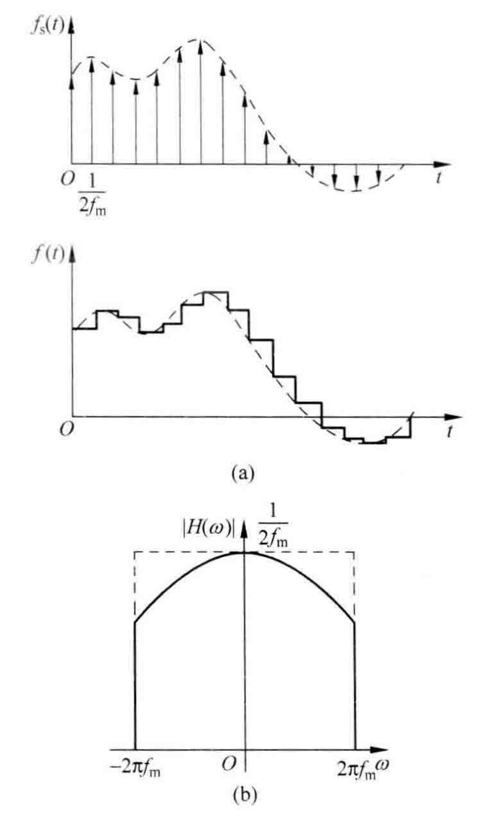
$$F(\omega) = \frac{1}{j\omega}F_1(\omega) = \frac{2}{\omega}F_s(\omega)e^{-j\omega/4f_m}\sin\left(\frac{\omega}{4f_m}\right)$$

所以系统传递函数为

$$H(\omega)=\frac{F(\omega)}{F_s(\omega)}=\frac{2}{\omega}F_s(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega/4f_m}\sin\left(\frac{\omega}{4f_m}\right)/F_s(\omega)$$

$$=\frac{2}{\omega}\sin\left(\frac{\omega}{4f_m}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega/4f_m}=\frac{1}{2f_m}\mathrm{Sa}\left(\frac{\omega}{4f_m}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega/4f_m}$$

(3) 根据系统传递函数表达式，系统的频率响应如图题解 4-9(b)中实线所示，而理想低通滤波器频率响应如图 4-9(b)中虚线所示。

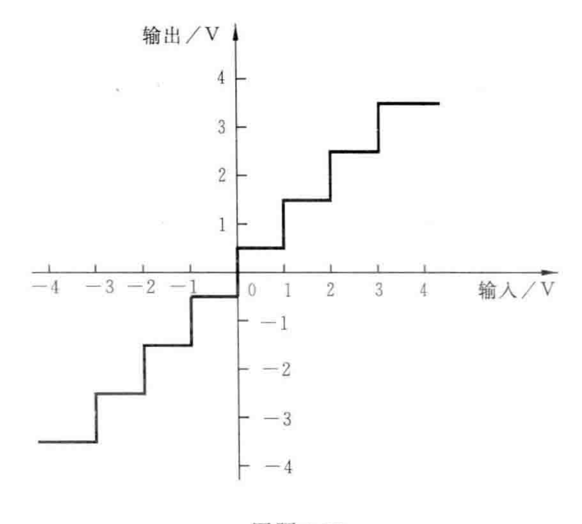


图题解 4-9

4.10　一个中升型 $L=8$ 电平的均匀量化器,其量化特性如图题4-10所示。设正弦信号幅度为3.35V,频率 $f=800\text{Hz}$。

(1) 画出输入为正弦波时量化器的输出波形;

(2) 对正弦波先以 $f_s=8\text{kHz}$ 的频率进行抽样,抽样点通过正弦波的零点,画出输入为抽样信号时量化器的输出波形。



图题4-10

解　(1) 正弦信号的幅度量化可用作图法完成。由图题4-10所示的量化特性可知,分层电平的取值为0V,±1V,±2V,±3V,±4V,这样共形成8个量化间隔,对应的8个量化电平的取值为±0.5V,±1.5V,±2.5V,±3.5V。用虚线表示正弦信号 $x(t)$,用实线表示对 $x(t)$ 量化以后的取值,量化的结果是一个阶梯波。量化器的输出波形如图题解4-10(a)所示。

(2) 用虚线表示正弦信号 $x(t)$。对正弦波以 $f_s=8\text{kHz}$ 的频率进行抽样,抽样点通过正弦波的零点,正弦信号的频率 $f=800\text{Hz}$,在正弦信号的一个周期内抽样次数为

$$n=\frac{f_s}{f}=\frac{8\times10^3}{8\times10^2}=10$$

相邻样值之间的相位间隔为

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{10}=0.2\pi$$

在正弦信号一个周期内的样值 $x(n)$ 如图题解 4-10(b)所示。以抽样信号为输入信号，量化器对样值量化的结果 $x_q(n)$ 是

$$x(0)=x(5)=3.35\sin0=0(\text{V}),$$
$$x_q(0)=x_q(5)=0.5(\text{V})$$
$$x(1)=x(4)=3.35\sin(0.2\pi)=1.94(\text{V}),$$
$$x_q(1)=x_q(4)=1.5(\text{V})$$
$$x(2)=x(3)=3.35\sin(0.4\pi)=3.18(\text{V}),$$
$$x_q(2)=x_q(3)=3.5(\text{V})$$
$$x(6)=x(9)=3.35\sin(1.2\pi)=-1.94(\text{V}),$$
$$x_q(6)=x_q(9)=-1.5(\text{V})$$
$$x(7)=x(8)=3.35\sin(1.4\pi)=-3.18(\text{V}),$$
$$x_q(7)=x_q(8)=-3.5(\text{V})$$

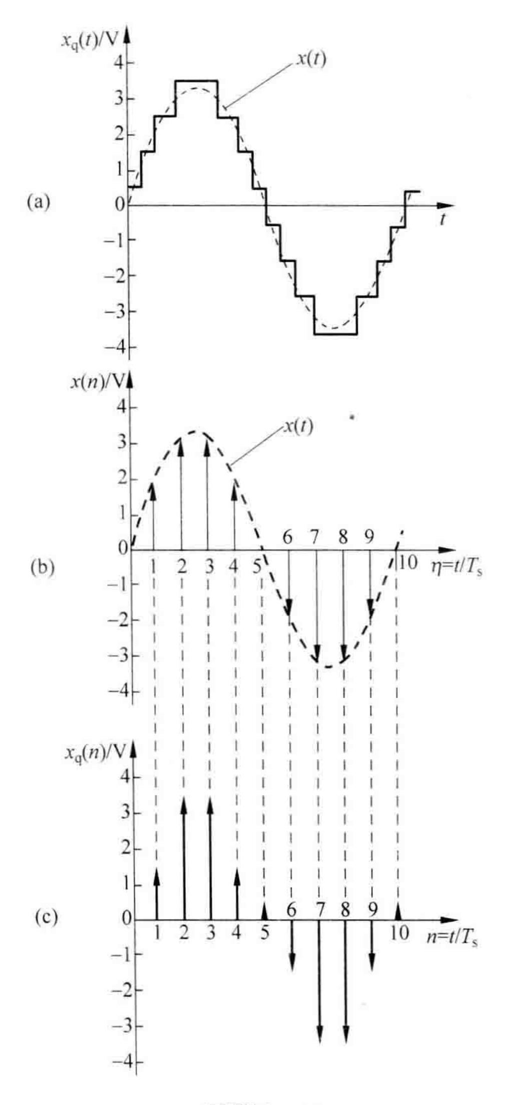
量化器的输出波形如图题解 4-10(c)所示。考虑到量化规则，在对样值 $x(n)$ 的计算中不进行四舍五入的处理。

4.11　已知模拟信号抽样值的概率密度 $p(x)$ 如图题 4-11 所示。

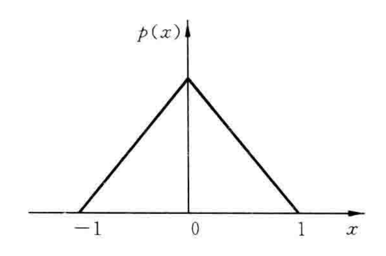
(1) 如果采用 $L=4$ 电平的均匀量化器，画出量化特性曲线，求信号与量化噪声功率比 SNR；

(2) 如果采用 $L=8$ 电平的均匀量化器，试确定量化间隔 Δ 及量化电平；

(3) 如果采用 $L=8$ 电平的非均匀量化器，试确定能使量化电平等概的非均匀量化区间及量化电平，画出量化特性曲线。



图题解 4-10



图题 4-11

解　(1) 信号的取值范围为 −1～1，当量化电平数 $L=4$ 时，由教材式(4-19)可求出均匀量化的量化间隔为

$$\Delta = \frac{2V_q}{L} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

量化特性曲线如图题解 4-11(a)所示。

由教材式(4-21)可求出量化噪声的平均功率为

$$N = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{1}{12} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{48}$$

信号的平均功率为

$$S = \int_{-1}^{1} x^2 p(x)\mathrm{d}x = 2\int_{0}^{1} x^2 p(x)\mathrm{d}x = 2\int_{0}^{1} x^2 (1-x)\mathrm{d}x$$

$$= 2\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4\right]_0^1 = \frac{1}{6}$$

因此，可求出量化信噪比

$$\mathrm{SNR} = \frac{S}{N} = \frac{48}{6} = 8$$

量化信噪比的分贝值

$$(\mathrm{SNR})_{\mathrm{dB}} = 10\lg\frac{S}{N} = 10\lg 8 = 9(\mathrm{dB})$$

(2) 信号的取值范围为 −1～1，当量化电平数 $L=8$ 时，均匀量化的量化间隔为

$$\Delta = \frac{2V_q}{L} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25$$

可计算出8个量化电平 y_k 为

$$y_k = \pm 0.125;\ \pm 0.375;\ \pm 0.625;\ \pm 0.875$$

(3) 已知模拟信号抽样值的概率密度 $p(x)$ 如图题4-11所示,当非均匀量化的量化电平 $L=8$ 时,考虑到概率密度 $p(x)$ 的对称性,在 $x\geqslant 0$ 时有4个量化区间。设区间间隔点分别为 L_1, L_2 和 L_3,要按量化电平等概分级,则实际是按下面的积分限为量化区间间隔,如图题解4-11(b)所示,即

$$\int_0^{L_1}(1-x)\mathrm{d}x = \int_{L_1}^{L_2}(1-x)\mathrm{d}x = \int_{L_2}^{L_3}(1-x)\mathrm{d}x = \int_{L_3}^{1}(1-x)\mathrm{d}x = \frac{1}{8}$$

经逐步计算可得

$$L_1 = \frac{2-\sqrt{3}}{2} = 0.13$$

$$L_2 = \frac{2-\sqrt{2}}{2} = 0.29$$

$$L_3 = 0.5$$

所以8个量化区间分别为[0,0.13],[0.13,0.29],[0.29,0.5],[0.5,1],[0,−0.13],[−0.13,−0.29],[−0.29,−0.5],[−0.5,−1]。

对于量化电平,考虑到概率密度 $p(x)$ 的对称性,将量化电平的值画在横坐标上,能按量化电平等概分级实际是按下面的积分相等分级,如图题解4-11(c)所示,即

$$\int_0^{a}(1-x)\mathrm{d}x = \int_{d}^{1}(1-x)\mathrm{d}x = \frac{1}{16}$$

$$\int_a^{b}(1-x)\mathrm{d}x = \int_{b}^{c}(1-x)\mathrm{d}x = \int_{c}^{d}(1-x)\mathrm{d}x = \frac{1}{8}$$

经逐步计算可得量化电平为

$$a = \frac{4-\sqrt{14}}{4} = 0.06$$

$$b = \frac{4-\sqrt{10}}{4} = 0.21$$

$$c=\frac{4-\sqrt{6}}{4}=0.39$$

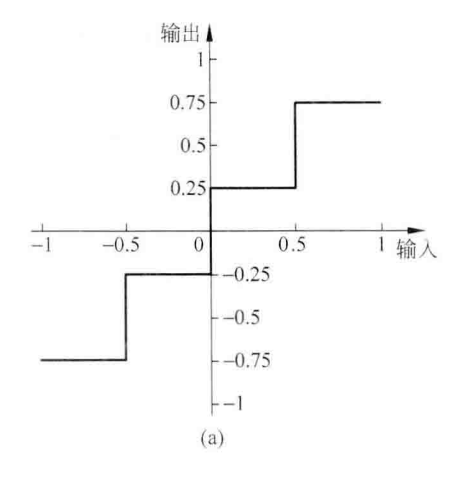
$$d=\frac{4-\sqrt{2}}{4}=0.65$$

量化电平和量化区间的对应关系如表题解 4-11 所示。

表题解 4-11

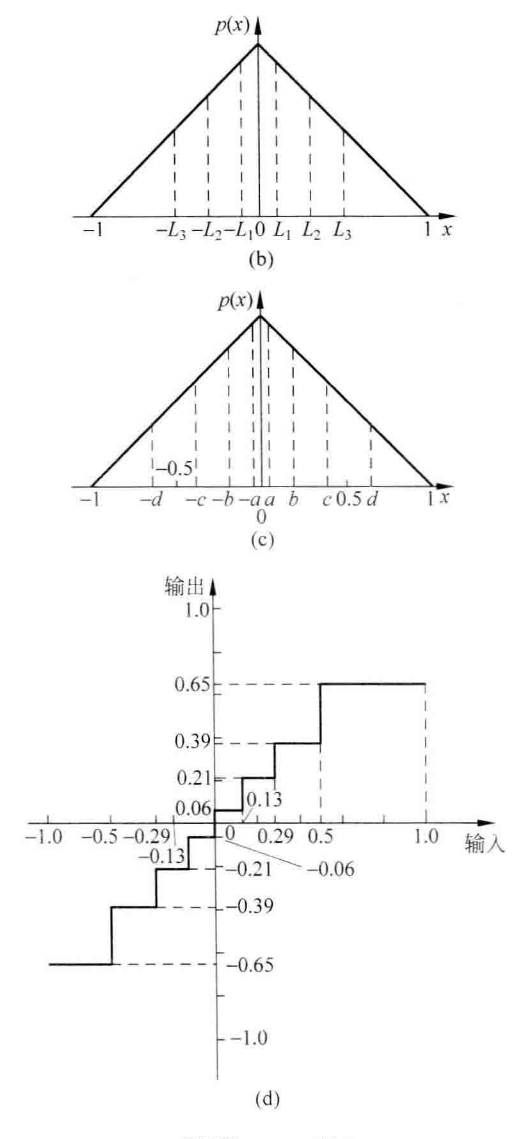
量化区间	量化电平
[0,0.13]	0.06
[0.13,0.29]	0.21
[0.29,0.5]	0.39
[0.5,1]	0.65
[0,−0.13]	−0.06
[−0.13,−0.29]	−0.21
[−0.29,−0.5]	−0.39
[−0.5,−1]	−0.65

量化特性曲线如图题解 4-11(d)所示。



(a)

图题解 4-11



p(x)
−1
−L3
−L2
−L1
0
L1
L2
L3
1
x
(b)
p(x)
−0.5
−1
−d
−c
−b
−a
a
b
c
0.5
d
1
x
0
(c)
输出
1.0
0.65
0.39
0.21
0.13
0.06
−1.0
−0.5
−0.29
0
0.29
0.5
1.0
输入
−0.13
−0.21
−0.06
−0.39
−0.65
−1.0
(d)

图题解 4-11（续）

4.12　正弦信号线性编码时，如果信号动态范围为 40dB，要求在整个动态范围内信噪比不低于 30dB，问最少需要几位编码。

解　由题目条件可知信号的动态范围 $R_{\mathrm{dB}}=40\mathrm{dB}$，最低信噪比为 30dB，即

$$[\mathrm{SNR}]_{\min\ \mathrm{dB}} = 30(\mathrm{dB})$$

所以最大信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\ \mathrm{dB}} = [\mathrm{SNR}]_{\min\ \mathrm{dB}} + R_{\mathrm{dB}} = 30 + 40 = 70(\mathrm{dB})$$

最大信噪比与编码位数的关系为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\ \mathrm{dB}} \approx 1.76 + 6.02n = 70(\mathrm{dB})$$

因此可求得编码位数为

$$n = 11.34$$

取整数后

$$n = 12$$

4.13　如果传送信号 $A\sin\omega t$，$A\leqslant 10\mathrm{V}$。按线性 PCM 编码，分成 64 个量化级。

(1) 需要用多少位编码？

(2) 最大量化信噪比是多少？

解　(1) 由题目条件可知有 64 个量化级，由量化级可求出编码位数 n

$$n = \log_2 L = \log_2 64 = 6$$

(2) 由教材式(4-25)可求出正弦信号所能得到的最大量化信噪比

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\ \mathrm{dB}} \approx 1.76 + 6.02n = 37.88(\mathrm{dB})$$

4.14　设信号 $m(t)=10+10\cos\omega t$ 被均匀量化为 41 个电平。

(1) 量化间隔是多少？

(2) 若采用二进制编码，编码位数是多少？

解　(1) 已知信号为

$$m(t) = 10 + 10\cos\omega t$$

可知信号的取值范围 R 为 0～20V，当量化电平数取 41 时，量化间隔数为 40，所以量化间隔为

$$\Delta = \frac{R}{L} = \frac{10+10}{40} = 0.5(\text{V})$$

(2) 量化电平数 L 与编码位数 n 的关系为

$$L = 2^n$$

当量化电平数 L 取 41 时，编码位数应满足的条件是

$$2^n > 41$$

编码位数 n 取

$$n = \log_2 L = \log_2 64 = 6$$

4.15　信号幅度在±5V之间变化，幅度概率密度分布是

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}(1-|x|/5), & |x| < 5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

若采用 PCM 编码，编码位数为 2 位，且落在每一个量化区间内样值的概率相等，求各量化区间的范围。

解　编码位数为 2 位，量化电平数为 $L=4$。考虑到 $p(x)$ 的对称性，当输入信号幅度为正时，设区间间隔点为 L_1。要求落在每一个量化区间内样值的概率相等，实际是按下面的积分相等分级，如图题解 4-15(a)所示，即

$$\int_0^{L_1} p(x)\mathrm{d}x = \int_{L_1}^5 p(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}$$

经计算可得

$$L_1 = \frac{10 - 5\sqrt{2}}{2} = 1.46$$

所以，4 个量化区间分别为

$$[0,1.46],[1.46,5],[0,-1.46],[-1.46,-5]$$

对于量化电平，考虑到概率密度 $p(x)$ 的对称性，将量化电平的值画在横坐标上，可由以下积分式确定，如图题解 4-15(b) 所示。

$$\int_0^a p(x)\mathrm{d}x = \int_b^5 p(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{8}$$

$$\int_a^b p(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{4}$$

经逐步计算可得

$$a = 5 - \frac{5\sqrt{3}}{2} = 0.67$$

$$b = 2.5$$

所以，量化电平和量化区间对应表如表题解 4-15 所示。

表题解 4-15

量化区间	量化电平
[0,1.46]	0.67
[1.46,5]	2.5
[0,−1.46]	−0.67
[−1.46,−5]	−2.5

量化特性曲线如图题解 4-15(c) 所示。

4.16 设信号 $f(t) = 2\sin\omega t$ 被数字化后的最大量化信噪比为 30dB，均匀量化时所需的最小量化间隔是多少？每个样值所需的编码位数是多少？

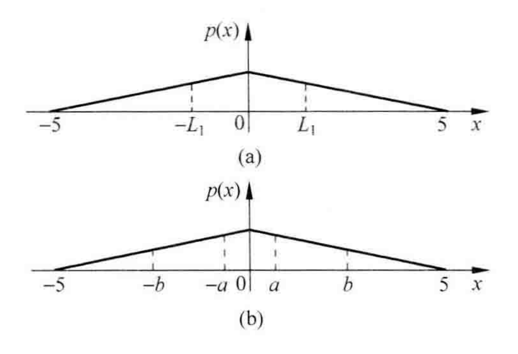
解 由题目条件可列出最大量化信噪比与编码位数的关系为

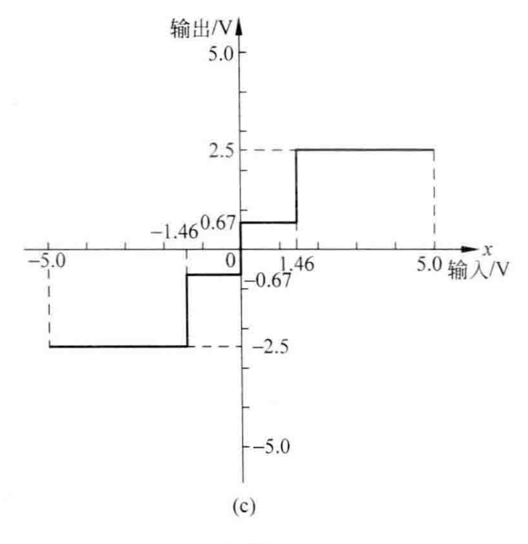
$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 1.76 + 6.02n = 30(\mathrm{dB})$$

因此可求得编码位数为

$$n = 4.69$$

取整数后





图题解 4-15

$$n = 5$$

量化电平数

$$L = 2^n = 2^5 = 32$$

信号 $f(t)=2\sin\omega t$ 的取值范围为 $-2\sim 2\text{V}$,此范围即为量化器的量化范围 $2V_q$,即

$$2V_q = 2-(-2) = 4(\text{V})$$

由教材式(4-19)可求出最小量化间隔

$$\Delta = \frac{2V_q}{L} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0.125(\mathrm{V})$$

4.17　若 A 律 13 折线编码器的满载电平 $V_{\max}=5\mathrm{V}$，输入抽样脉冲幅度为 $-0.9375\mathrm{V}$。设最小量化间隔为 2 个单位，归一化值 1 分为 4096 个单位。求编码器的输出码组，并计算量化误差。

解　输入抽样脉冲幅度为 $-0.9375\mathrm{V}$，所对应的归一化电平值为

$$x = \frac{V_i}{V_{\max}} \times 4096_\Delta = \frac{-0.9375}{5} \times 4096_\Delta = -768_\Delta$$

对照教材表 4-4，编码过程如下所述。

因为样值为负，所以极性码 $M_1=0$。将抽样值与段落码的起始电平相比较，$768_\Delta > 512_\Delta$，说明 768_Δ 位于第 6 段，所以段落码

$$M_2M_3M_4 = 101$$

减去该段的起始电平，$768_\Delta - 512_\Delta = 256_\Delta$，将剩余电平与电平码逐位比较

$$256_\Delta - 256_\Delta = 0_\Delta$$

所以段内码

$$M_5M_6M_7M_8 = 1000$$

得到编码码组

$$C = 01011000$$

由编码码组可计算样值的恢复值

$$\hat{x} = -\left(512_\Delta + 256_\Delta + \frac{32_\Delta}{2}\right) = -784_\Delta$$

量化误差的归一化电平值为

$$q = -784_\Delta - (-786_\Delta) = -16_\Delta$$

量化误差的绝对电平值为

$$q=-\frac{16_{\Delta}}{4096_{\Delta}}\times 5=-0.0195(\mathrm{V})$$

4.18 采用 A 律13折线编解码电路，设接收到的码组为“01010001”，最小量化间隔为2个单位，并已知码组为折叠二进制码，求此时解码器输出为多少单位。

解 由题目条件可知接收码组为

$$C=01010001$$

最小量化间隔为2个单位，即归一化值1分为4096个单位。对照教材表4-4，由接收码组可计算样值的恢复值

$$\hat{x}=-\left(512_{\Delta}+32_{\Delta}+\frac{32_{\Delta}}{2}\right)=-560_{\Delta}$$

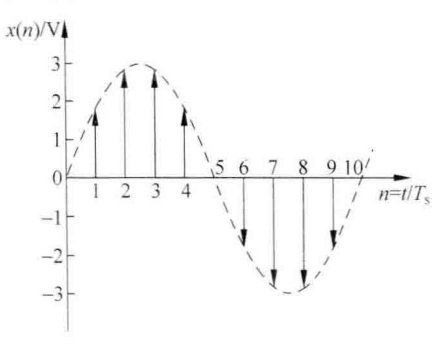
此值即用归一化电平表示的解码器输出。

4.19 若输入 A 律 PCM 编码器的正弦信号为 $x(t)=3\sin(1600\pi t)$，编码器的满载电平为3V，抽样序列为 $x(n)=3\sin(0.2\pi n)$，$n=0,1,\cdots,10$。

(1) 画出抽样序列 $x(n)$ 的时间波形图；

(2) 将抽样序列 $x(n)$、PCM 编码器的输出码组序列 $y(n)$、解码器输出 $\hat{x}(n)$ 和量化误差 $q(n)$ 列成表格。

解 (1) 抽样序列 $x(n)$ 的时间波形图如图题解4-19所示。



图题解 4-19

(2) 将抽样点序号 n、抽样序列 $x(n)$、PCM 编码器的输出码组序列 $y(n)$、解码器输出 $\hat{x}(n)$ 和量化误差 $q(n)$ 列成表，如表题解 4-19 所示。

表题解 4-19

n	$x(n)$	$y(n)$	$\hat{x}(n)$	$q(n)$
0	0_Δ	10000000	1_Δ	-1_Δ
1	2407_Δ	11110010	2368_Δ	39_Δ
2	3895_Δ	11111110	3904_Δ	-9_Δ
3	3895_Δ	11111110	3904_Δ	-9_Δ
4	2407_Δ	11110010	2368_Δ	39_Δ
5	0_Δ	10000000	1_Δ	-1_Δ
6	-2407_Δ	01110010	-2368_Δ	-39_Δ
7	-3895_Δ	01111110	-3904_Δ	9_Δ
8	-3895_Δ	01111110	-3904_Δ	9_Δ
9	-2407_Δ	01110010	-2368_Δ	-39_Δ
10	0_Δ	10000000	1_Δ	-1_Δ

4.20　设 $L=32$ 电平的线性 PCM 系统在信道误比特率 $P_b=10^{-2},10^{-3},10^{-4},10^{-6}$ 情况下传输，计算该系统的信噪比 SNR。

解　由教材式(4-38)可计算线性 PCM 系统的信噪比

$$\mathrm{SNR}=\frac{S}{N}=\frac{L^2}{1+4L^2P_b}$$

当 $L=32,P_b=10^{-2}$ 时，信噪比为

$$\mathrm{SNR}=\frac{S}{N}=\frac{L^2}{1+4L^2P_b}=\frac{32^2}{1+4\times 32^2\times 10^{-2}}=24.40$$

当 $L=32,P_b=10^{-3}$ 时，信噪比为

$$\mathrm{SNR}=\frac{S}{N}=\frac{L^2}{1+4L^2P_b}=\frac{32^2}{1+4\times 32^2\times 10^{-3}}=200.94$$

当 $L=32,P_b=10^{-4}$ 时，信噪比为

$$\mathrm{SNR}=\frac{S}{N}=\frac{L^2}{1+4L^2P_b}=\frac{32^2}{1+4\times 32^2\times 10^{-4}}=726.24$$

当 $L=32, P_b=10^{-6}$ 时,信噪比为

$$\mathrm{SNR}=\frac{S}{N}=\frac{L^2}{1+4L^2P_b}=\frac{32^2}{1+4\times 32^2\times 10^{-6}}=1024$$

4.21 设模拟信号 $f(t)$ 的频带限制于5kHz,幅度范围区间为−2～2V。现以10kHz的频率对 $f(t)$ 进行抽样,抽样后进行二进制编码,若量化电平间隔为1/32V,求编码后信息速率和最小传输带宽。

解 信号的幅度范围区间为−2～2V,量化电平间隔为1/32V,由教材式(4-19)可求出量化电平数

$$L=\frac{2V_q}{\Delta}=\frac{2\times 2}{1/32}=128$$

由量化电平数128可求出编码位数

$$n=\log_2 L=\log_2 128=7$$

编码后信息速率为

$$R_b=f_s\cdot n=10\times 7=70(\text{kbit/s})$$

由教材式(5-22)可计算最小传输带宽

$$B=\frac{R_s}{2}=\frac{R_b}{2}=35(\text{kHz})$$

4.22 已知输入语音信号中含最高音频分量 $f_H=3.4$kHz,幅度为1V。若抽样频率 $f_s=32$kHz,求增量调制量化器的量阶 Δ。

解 由教材式(4-62)可知量化间隔、信号最高频率、信号幅度及抽样频率之间的关系为

$$A_{\max}\leqslant\frac{\Delta}{\omega T_s}=\frac{\Delta f_s}{2\pi f_H}$$

由上式可求出量化间隔

$$\Delta\geqslant\frac{A_{\max}\times 2\pi f_H}{f_s}=\frac{1\times 2\times 3.14\times 3.4\times 10^3}{32\times 10^3}=0.6673(\text{V})$$

(注:因为量化间隔数值较小且要求精确,故小数点后取4位。)

4.23 已知ΔM调制系统中低通滤波器的频率范围是300～

3400Hz，求在不过载条件下，该ΔM系统输出的最大信噪比SNR。假定抽样频率f_s为10kHz，16kHz，32kHz，48kHz，64kHz。

解　由教材式(4-67)可知ΔM调制系统的最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 30\lg f_s - 20\lg f - 10\lg f_B - 14$$

低通滤波器的频率范围是300～3400Hz，即滤波器带宽

$$f_B = 3.1(\mathrm{kHz})$$

信号的频率取最高频率即$f=3.4\mathrm{kHz}$。以上数据代入教材式(4-67)，得

$$\begin{aligned}[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} &\approx 30\lg f_s - 70.63 - 34.91 - 14 \\ &= 30\lg f_s - 119.54\end{aligned}$$

当抽样频率$f_s=10\mathrm{kHz}$时，最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 120 - 119.54 = 0.46(\mathrm{dB})$$

当抽样频率$f_s=16\mathrm{kHz}$时，最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 126.12 - 119.54 = 6.58(\mathrm{dB})$$

当抽样频率$f_s=32\mathrm{kHz}$时，最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 135.15 - 119.54 = 15.61(\mathrm{dB})$$

当抽样频率$f_s=48\mathrm{kHz}$时，最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 140.44 - 119.54 = 20.90(\mathrm{dB})$$

当抽样频率$f_s=64\mathrm{kHz}$时，最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 144.19 - 119.54 = 24.65(\mathrm{dB})$$

讨论　由计算结果可验证在ΔM系统中量化信噪比具有9dB/倍频程的规律。

4.24　已知正弦信号的频率$f_m=4\mathrm{kHz}$，试分别设计一个PCM系统和一个ΔM系统，使两个系统的输出信噪比都满足30dB的要求，比较两个系统的信息速率。

解　由教材式(4-25)可知PCM编码的最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}} \approx 1.76 + 6.02n$$

若使PCM系统的量化信噪比满足30dB要求，编码位数n需要

满足的关系式为

$$1.76+6.02n=30(\mathrm{dB})$$

由上式解得

$$n=4.7$$

取整后

$$n=5$$

由于正弦信号的频率 $f_m=4\mathrm{kHz}$,取抽样频率

$$f_s=2f_m=2\times4=8(\mathrm{kHz})$$

所以 PCM 系统的信息速率为

$$R_b=f_s\cdot n=8\times5=40(\mathrm{kbit/s})$$

由教材式(4-68)可知 ΔM 系统的最大量化信噪比为

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}}\approx30\lg f_s-20\lg f-10\lg f_B-14$$

因为是单频信号,在上式中取 $f_B=f$,因此有

$$[\mathrm{SNR}]_{\max\,\mathrm{dB}}\approx30\lg f_s-30\lg f-14$$

若使 ΔM 系统的量化信噪比满足 30dB 要求,抽样频率 f_s 需要满足的关系式为

$$30\lg f_s-30\lg f-14=30(\mathrm{dB})$$

把正弦信号的频率 $f=4\mathrm{kHz}$ 代入,可得抽样频率

$$f_s=117.1(\mathrm{kHz})$$

在 ΔM 系统中,每抽样 1 次编 1 位码,所以 ΔM 系统的信息速率

$$R_b=f_s=117.1(\mathrm{kHz})$$

在本题的条件下,ΔM 系统的信息速率高于 PCM 系统的信息速率。

4.25 有 3 路信号进行时分复用,这 3 路信号的最高频率分别是 2kHz、2kHz 和 4kHz,信号的量化级都是 256。在满足抽样定理所规定的抽样频率下,试求码元传输速率是多少?

解法一:对每路信号满足抽样定理时,对 3 路信号的抽样频率为

$$f_s = 2f_{m1} + 2f_{m2} + 2f_{m3}$$
$$= 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 4 = 16(\text{kHz})$$

由量化级数 256 可求出编码位数

$$n = \log_2 L = \log_2 256 = 8$$

3 路时分复用信号的信息速率为

$$R_b = f_s \cdot n = 16 \times 8 = 128(\text{kbit/s})$$

解法二：当有多路信号时，要以频率最高的信号为准计算抽样频率。最高的信号频率为 4kHz，对 3 路信号的抽样频率为

$$f_s = 3 \times 2f_{mH} = 3 \times 2 \times 4 = 24(\text{kHz})$$

由量化级数 256 可求出编码位数

$$n = \log_2 L = \log_2 256 = 8$$

3 路时分复用信号的信息速率为

$$R_b = f_s \cdot n = 24 \times 8 = 192(\text{kbit/s})$$

讨论　考虑到接收机同步系统的实现，通常采用解法二。

4.26　6 路独立信源的频带分别为 W，W，$2W$，$2W$，$3W$，$3W$。若采用时分复用制进行传输，每路信源均采用 8 位对数 PCM 编码。

(1) 包括同步时隙和信令时隙，设计该系统的帧结构和总时隙数，求每个时隙占有的时隙宽度以及每一位码的宽度；

(2) 采用占空比为 1 的矩形脉冲时，求第一零点带宽。

解　(1) 6 路信号占用 6 个时隙，加上同步时隙和信令时隙，帧结构应由 8 个时隙组成。当有多路信号时，要以频率最高的信号为准计算抽样频率。最高的信号频率为 $3W$，对 8 路信号的抽样频率为

$$f_s = 8 \times 2f_{mH} = 8 \times 2 \times 3W = 48W$$

每个时隙的宽度为

$$T_c = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{48W}$$

每个时隙有 8 位码，每一位码的宽度为

$$T_s = \frac{T_c}{8} = \frac{1}{8 \times 48W} = \frac{1}{384W}$$

(2) 采用占空比为1的矩形脉冲时,脉冲宽度为

$$\tau = T_s = \frac{1}{384W}$$

由教材式(4-47)可求出第一零点带宽

$$B = \frac{1}{\tau} = 384W$$

4.27　已知5路时分复用模拟信号 $m_1(t),\cdots,m_5(t)$ 的最高频率分别为5kHz、5kHz、4kHz、7kHz、6kHz,采用 A 律13折线编码,求输出信号的信息速率。

解　当有多路信号时,要以频率最高的信号为准计算抽样频率。最高的信号频率为7kHz,对5路信号的抽样频率为

$$f_s = 5 \times 2f_{mH} = 5 \times 2 \times 7 = 70(\text{kHz})$$

采用 A 律13折线编码时编码位数 $n=8$,输出信号的信息速率

$$R_b = f_s \cdot n = 70 \times 8 = 560(\text{kbit/s})$$

4.28　对30路最高频率分量为5kHz的模拟信号进行时分复用传输,抽样后量化级数为512,采用二进制编码,若误比特率为 10^{-4},求传输10s后的误比特数。

解　模拟信号的最高频率分量为5kHz,对30路信号的抽样频率为

$$f_s = 30 \times 2f_m = 30 \times 2 \times 5 = 300(\text{kHz})$$

由量化级数512可求出编码位数

$$n = \log_2 L = \log_2 512 = 9$$

二进制码的信息速率为

$$R_b = f_s \cdot n = 300 \times 9 = 2700(\text{kbit/s})$$

当误比特率 $P_b=10^{-4}$ 时,传输10s后的误比特数为

$$\begin{aligned} m &= R_b \cdot t \cdot P_b \\ &= 2700 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-4} \\ &= 2.7 \times 10^3(\text{bit}) \end{aligned}$$

4.29　对 10 路最高频率分量为 3.4kHz 的模拟信号进行 PCM 时分复用传输，抽样频率为 8kHz，抽样后进行 8 级量化，并编为二进制码，码元波形是宽度为 τ 的矩形脉冲，且占空比为 1，求传输此时分复用 PCM 信号所需的带宽。

解　由题目条件可知，对每路模拟信号的抽样频率为 8kHz，对 10 路信号的抽样频率为

$$f_s = 10 \times 8 = 80(\text{kHz})$$

由量化级数 8 可求出编码位数

$$n = \log_2 L = \log_2 8 = 3$$

时分复用 PCM 信号的信息速率为

$$R_b = f_s \cdot n = 80 \times 3 = 240(\text{kbit/s})$$

采用占空比为 1 的矩形脉冲时，脉冲宽度为

$$\tau = T_s = T_b = \frac{1}{R_b}$$

传输带宽取第一零点带宽，即

$$B = \frac{1}{\tau} = R_b = 240(\text{kHz})$$

第 5 章　数字信号的基带传输

5.1　学习辅导

5.1.1　教学背景

第 4 章讨论了模拟信号的波形编码。模拟信号经编码后得到的是数字信息，为了有效地传输数字信息，必须使用电信号表示数字信息。表示数字信息的电信号形式有数字基带信号和数字调制信号，相应的传输方式为数字信号的基带传输和数字信号的频带传输。

数字信号的基带传输是用电脉冲表示数字信息后直接传输。用数字基带信号对载波进行调制，形成数字调制信号后再进行传输称为数字信号的频带传输。

由于大多数的信道是带通型的，所以在多数情况下必须使用数字调制传输系统。但是数字基带传输是数字调制传输的基础，同时它本身是一种重要的传输方式，所以对数字传输系统的讨论首先从数字信号的基带传输原理开始。

第 5 章讨论数字信号的基带传输。

5.1.2　学习目标

（1）叙述数字基带信号和数字调制信号的定义。

（2）画出数字基带信号的常用码型。

（3）定性分析数字基带信号的功率谱的一般组成，具体分析二元 NRZ 码和 RZ 码的功率谱的组成。设计单极性 NRZ 码的位定时分量的提取方法。

(4) 说明无码间串扰的传输条件。用作图法验证基带系统能否实现无码间串扰的传输。计算理想低通信号和升余弦滚降信号的带宽和频带利用率。

(5) 说明部分响应基带传输系统的作用。

(6) 了解二元码误比特率的推导过程,计算单、双极性二元NRZ码的误比特率。

(7) 叙述m序列的定义,画出3、4、5级m序列发生器的框图,列出移位寄存器的状态转移流程图。验证输出序列是否符合m序列的性质。

(8) 解释眼图与系统性能之间的关系。

(9) 说明时域均衡的作用。

5.1.3　学习要点

1. 数字基带信号的常用码型

- 码型的定义
- 二元码的常用码型：单极性NRZ码和RZ码,双极性NRZ码和RZ码,差分码,CMI码,数字双相码
- 三元码的常用码型：AMI码,HDB_3码

2. 数字基带信号的功率谱

- 数字基带信号的功率谱组成的一般规律
- 二元NRZ码和RZ码的功率谱的具体组成
- 单极性二元NRZ码位定时分量的提取方法

3. 无码间串扰

- 无码间串扰的传输条件
- 验证基带系统能否实现无码间串扰传输的方法
- 理想低通信号的传输特性,带宽和频带利用率
- 升余弦滚降信号的传输特性,带宽和频带利用率

4. 二元码误比特率

- 数字基带信号的传输模型

- 二元码误比特率的推导过程
- 单、双极性二元NRZ码的误比特率计算

5. m序列

- m序列的定义
- 3、4、5级m序列发生器的框图,移位寄存器的状态转移流程图
- m序列的性质

5.1.4　学习难点

1. 位定时信号和码元速率的关系

位定时信号的作用是控制码元的起止时间,位定时信号的一个周期是1位码元的长度,位定时信号的周期即码元周期。码元速率R_s是码元周期T_s的倒数,位定时信号的频率f_s也是码元周期T_s的倒数,所以码元速率R_s和位定时信号的频率f_s在数量上相等,只是单位不同。

2. 从数字基带信号中提取位定时信号

一般来说,数字基带信号的功率谱由连续谱和离散谱组成。在离散谱中如果有位定时分量,则可以用窄带滤波器提取出来。提取出来的位定时分量为单频余弦信号,经判决整形后可形成码元周期的矩形脉冲,即位定时信号。

经分析可知,单极性二元RZ码的离散谱中有位定时分量。对其他码型的数字基带信号进行变换,先使之形成相对应的单极性二元RZ码,然后就可以进行位定时分量的提取。在数字传输系统的接收端,位定时信号的提取是一个重要的问题。

3. 验证基带系统能否实现无码间串扰传输的方法

验证方法通常采用作图法。对于给定的系统的传递函数$H(f)$,找到滚降段的中心频率f_s,以$2f_s$为间隔切割,然后分段沿f轴平移到$[-f_s,f_s]$区间内进行叠加,叠加后的传输特性如果满足等效理想低通特性,且传输速率为$2f_s$,则该系统能够实现无码间串扰的传输。

4. 基带传输系统无码间串扰传输的最高速率

基带传输系统无码间串扰传输的最高速率由基带传输系统的等效理想低通带宽 B 决定。当等效理想低通带宽 B 为 $\frac{\pi}{T}\left(\frac{1}{2T}\text{或 } f_s\right)$时，无码间串扰传输的最高速率 R_s 为$\frac{1}{T}$(或 $2f_s$)。

等效理想低通带宽 B 不一定是基带传输系统的实际带宽，实际带宽要具体计算。设升余弦滚降信号的等效理想低通带宽为 B_{eq}，有

$$B_{eq}=\frac{1}{2T}$$

实际带宽与 α 取值有关，即

$$B=\frac{1+\alpha}{2T}$$

5. 码元频带利用率和信息频带利用率

无码间串扰传输时基带传输系统所能提供的最高码元频带利用率为

$$\eta_s=\frac{R_s}{B}=\frac{1/T}{1/2T}=2(\text{baud/Hz})$$

这里的码元指任何进制的码元。

信息频带利用率的定义式为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}$$

二进制时码元速率和信息速率相等，即

$$R_s=R_b$$

二进制时无码间串扰传输的最高信息频带利用率为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{R_s}{B}=2(\text{bit/(s}\cdot\text{Hz))}$$

多进制时码元速率和信息速率的关系为

$$R_b=R_s\log_2 M$$

所以多进制时的最高信息频带利用率为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{R_s}{B}\log_2 M=2\log_2 M(\text{bit/(s}\cdot\text{Hz))}$$

在码元速率相同的情况下多进制传输可明显提高信息频带利用率。

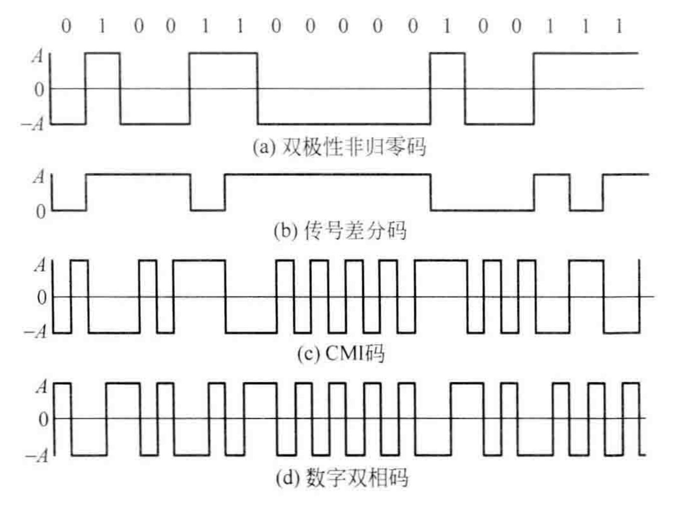
5.1.5　学习后记

数字信号的传输方式分为数字信号的基带传输和数字信号的调制(频带)传输。第5章讨论了数字信号的基带传输，基带传输要求使用低通型信道。由于大多数的信道是带通型的，所以在多数情况下必须使用数字调制传输系统。数字信号的基带传输和调制传输有密切的关系。在数字信号基带传输的基础上，第6章将要讨论数字信号的调制(频带)传输。

5.2　习题解答

5.1　已知二元信息序列为0100110000100111，画出它所对应的双极性非归零码、传号差分码、CMI码、数字双相码的波形。

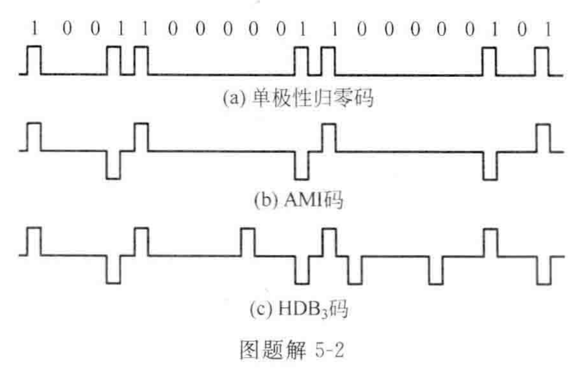
解　具体编码规则见教材P161～P162，波形如图题解5-1所示。



图题解5-1

5.2　已知二元信息序列为 10011000001100000101，画出它所对应的单极性归零码、AMI 码和 HDB_3 码的波形。

解　具体编码规则见教材 P162～P164，波形如图题解 5-2 所示。

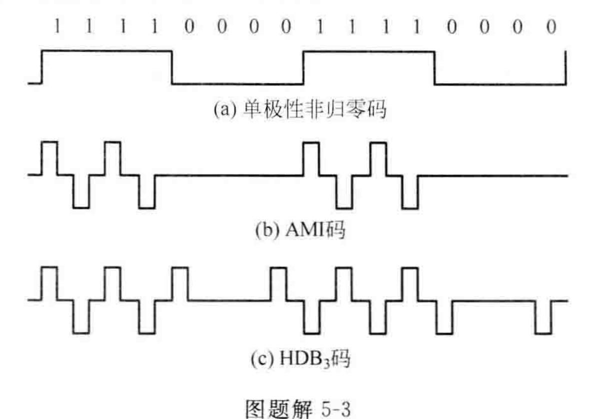


图题解 5-2

注意　本题中 HDB_3 码首个破坏节可随机选取 0 00V 或 B 00V。之后的破坏节则根据相邻 V 脉冲间传号数为奇数的规则，选用 B 00V。

5.3　有 4 个连 1 与 4 个连 0 交替出现的序列，画出用单极性非归零码、AMI 码、HDB_3 码表示时的波形图。

解　波形如图题解 5-3 所示。



图题解 5-3

注意　题目给出的是周期性序列，相邻的4个连0之间均为4个连1，所以破坏节均为B 00V。建议画出两个以上周期的波形。

5.4　在与传输线特性阻抗相匹配的75Ω终端负载上对非归零码进行测量。信息速率 $R_b = 100\text{kbit/s}$，1码的电平值为100mV，0码的电平值为 −100mV，且出现1和0的概率相等。

(1) 计算信号的功率谱；

(2) 若阻抗和信号电平均不改变，信息速率增加到10Mbit/s，信号功率谱将如何变化？

解　(1) 由题目条件可知传输信号为双极性非归零码，由教材例5-3的结论可进一步推导出双极性非归零码的功率谱计算公式

$$P(f) = \frac{A^2}{R}T_s \mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right) = \frac{A^2}{R}\frac{1}{R_b}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{R_b}\right)$$

代入具体数据

$$\begin{aligned} P(f) &= \frac{A^2}{R}T_s \mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right) \\ &= \frac{A^2}{R}\frac{1}{R_b}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{R_b}\right) \\ &= \frac{0.1^2}{75}\frac{1}{100\times 10^3}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{100\times 10^3}\right) \\ &= 1.33\times 10^{-9}\mathrm{Sa}^2(1\times 10^{-5}\pi f) \end{aligned}$$

(2) 若阻抗和信号电平均不改变，信息速率增加到10Mbit/s，功率谱为

$$\begin{aligned} P(f) &= \frac{A^2}{R}T_s \mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right) \\ &= \frac{A^2}{R}\frac{1}{R_b}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{R_b}\right) \\ &= \frac{0.1^2}{75}\frac{1}{10\times 10^6}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{10\times 10^6}\right) \\ &= 1.33\times 10^{-11}\mathrm{Sa}^2(1\times 10^{-7}\pi f) \end{aligned}$$

由计算结果可知，信息速率增加后功率谱随之加宽。

5.5　理想低通信道的截止频率为 8kHz。

(1) 若发送信号采用 2 电平基带信号,求无码间串扰的最高信息传输速率;

(2) 若发送信号采用 16 电平基带信号,求无码间串扰的最高信息传输速率。

解　(1) 由教材式(5-23)可知,无码间串扰传输二进制码的最高频带利用率为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = 2(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

发送信号采用 2 电平基带信号,无码间串扰的最高信息传输速率为

$$R_b = \eta_b B = 2 \times 8 \times 10^3 = 16(\text{kbit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

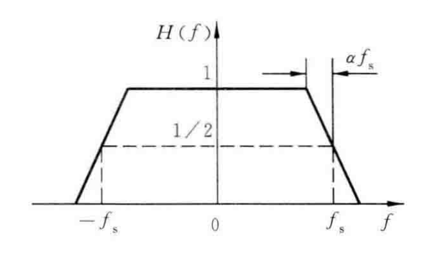
(2) 若发送信号采用 16 电平基带信号,多进制数 $M=16$,可求出

$$\log_2 M = \log_2 16 = 4$$

无码间串扰的最高信息传输速率

$$R_b = \eta_b B \log_2 M = 2 \times 8 \times 10^3 \times 4 = 64(\text{kbit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

5.6　斜切滤波器的频谱特性如图题 5-6 所示,若输入为速率等于 $2f_s$ 的冲激脉冲序列,试验证传输特性可否保证输出波形无码间串扰。



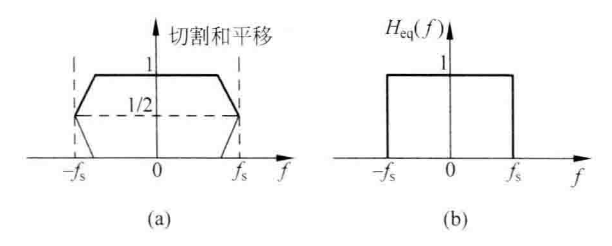
图题 5-6

解　将该系统的传递函数 $H(f)$ 以 $2f_s$ 为间隔切割,然后分段沿 f 轴平移到$[-f_s, f_s]$区间内,如图题解 5-6(a)所示。

叠加后的传输特性如图题解 5-6(b)所示,可表示为

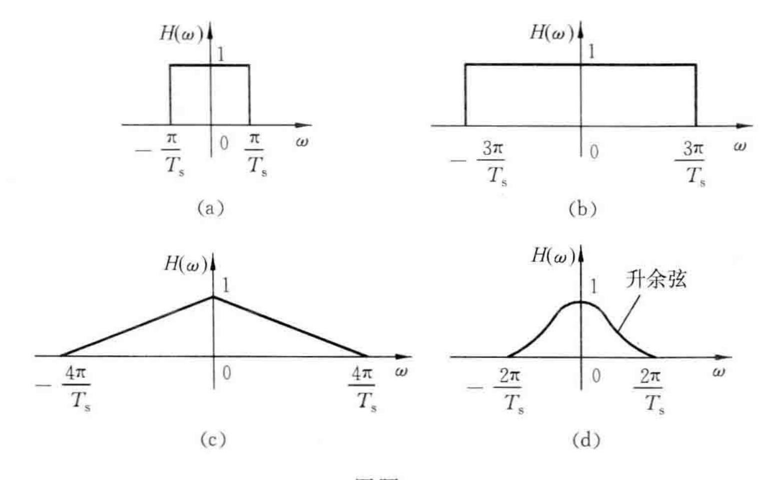
$$H_{eq}(f)=\begin{cases}1, & |f|\leqslant f_s\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

由于叠加后的传输特性符合等效理想低通特性,所以该系统能够实现无码间串扰的传输。



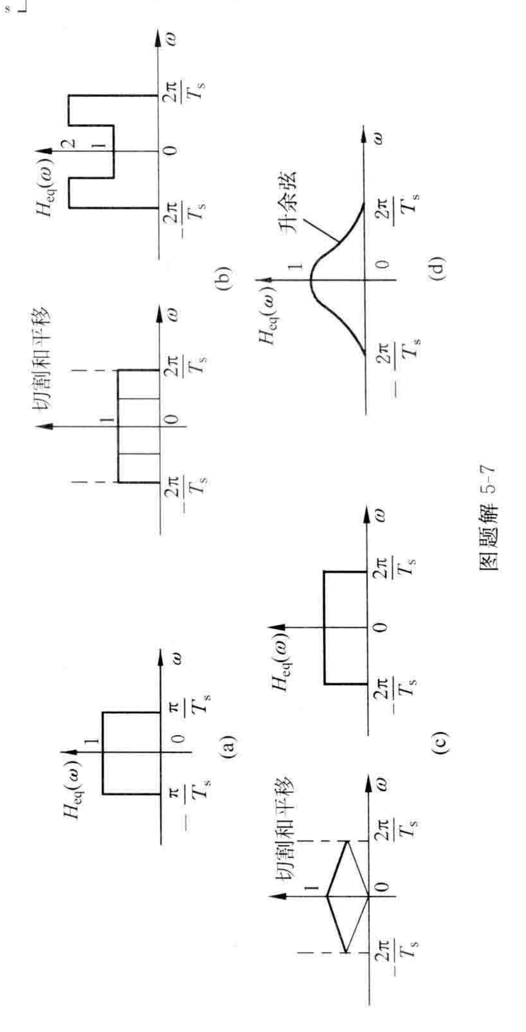
图题解 5-6

5.7　设基带系统的发送滤波器、信道及接收滤波器组成的总特性为 $H(\omega)$,若要求以 $2/T_s$ baud 的速率进行数据传输,试检验图题 5-7 所示各种 $H(\omega)$能否满足抽样点上无码间串扰的条件?



图题 5-7

解　若要求以 $2/T_s$ 波特的速率进行数据传输，系统的传递函数 $H(\omega)$ 应以 $\frac{4\pi}{T_s}$ 为间隔切割，然后分段沿 ω 轴平移到 $\left[-\frac{2\pi}{T_s},\frac{2\pi}{T_s}\right]$ 区间内进行叠加，如图题解 5-7 所示。



图题解 5-7

由叠加后的传输特性可知,只有(c)的传递函数 $H(\omega)$满足抽样点上无码间串扰的条件,(a)、(b)、(d)均不满足无码间串扰的条件。

5.8　已知信息速率为64kbit/s,采用 $\alpha=0.4$ 的升余弦滚降频谱信号。

(1) 求它的时域表达式;

(2) 画出它的频谱图;

(3) 求传输带宽;

(4) 求频带利用率。

解　(1) 由题目条件可知信息速率 $R_b=64$kbit/s,滚降系数 $\alpha=0.4$,预先算出以下数据

$$\frac{1}{T}=R_b=64\times10^3(\text{Hz})$$

$$\frac{1}{T^2}=R_b^2=4096\times10^6(\text{Hz})^2$$

$$\alpha^2=0.4^2=0.16$$

代入教材式(5-25),升余弦滚降频谱信号的时域表达式为

$$s(t)=S_0\frac{\sin\frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}}\frac{\cos\frac{\alpha\pi t}{T}}{1-\left(\frac{4\alpha^2t^2}{T^2}\right)}$$

$$=S_0\frac{\sin(64\times10^3\pi t)}{64\times10^3\pi t}\frac{\cos(0.4\times64\times10^3\pi t)}{1-(4\times0.16\times4096\times10^6t^2)}$$

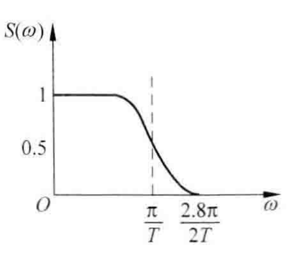
$$=S_0\frac{\sin(64\times10^3\pi t)}{64\times10^3\pi t}\frac{\cos(25.6\times10^3\pi t)}{1-(2.62\times10^9t^2)}$$

(2) 升余弦滚降频谱信号的频谱示意图如图题解5-8所示。

(3) 由教材式(5-26)可求出升余弦滚降频谱信号的传输带宽

$$B=\frac{1+\alpha}{2T}=\frac{(1+\alpha)R_b}{2}$$

$$=\frac{(1+0.4)\times64}{2}=44.8(\text{kHz})$$



图题解5-8

(4) 由教材式(5-27)可求出升余弦滚降频谱信号的频带利用率

$$\eta_b = \frac{2}{1+\alpha} = \frac{2}{1+0.4} = 1.43(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

也可以由信息速率和传输带宽求出频带利用率

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{64 \times 10^3}{44.8 \times 10^3} = 1.43(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

5.9　若二元码的数据信息速率为 64kbit/s,按照以下几种滚降系数设计升余弦滤波器,求相应的信道带宽和频带利用率。

(1) $\alpha=0.25$;

(2) $\alpha=0.3$;

(3) $\alpha=0.5$;

(4) $\alpha=1$。

解　(1) 由教材式(5-26)可求出信道带宽

$$B = \frac{1+\alpha}{2T} = \frac{(1+\alpha)R_b}{2} = \frac{(1+0.25) \times 64}{2} = 40(\text{kHz})$$

由教材式(5-27)可求出升余弦滚降频谱信号的频带利用率

$$\eta_b = \frac{2}{1+\alpha} = \frac{2}{1+0.25} = 1.6(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

也可以由信息速率和信道带宽求出频带利用率

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{64 \times 10^3}{40 \times 10^3} = 1.6(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

(2) 由教材式(5-26)可求出信道带宽

$$B = \frac{1+\alpha}{2T} = \frac{(1+\alpha)R_b}{2} = \frac{(1+0.3) \times 64}{2} = 41.6(\text{kHz})$$

由教材式(5-27)可求出频带利用率

$$\eta_b = \frac{2}{1+\alpha} = \frac{2}{1+0.3} = 1.54(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

也可以由信息速率和信道带宽求出频带利用率

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{64 \times 10^3}{41.6 \times 10^3} = 1.54(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

(3) 由教材式(5-26)可求出信道带宽

$$B=\frac{1+\alpha}{2T}=\frac{(1+\alpha)R_b}{2}=\frac{(1+0.5)\times 64}{2}=48(\text{kHz})$$

由教材式(5-27)可求出频带利用率

$$\eta_b=\frac{2}{1+\alpha}=\frac{2}{1+0.5}=1.33(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

也可以由信息速率和信道带宽求出频带利用率

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{64\times 10^3}{48\times 10^3}=1.33(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

(4) 由教材式(5-26)可求出信道带宽

$$B=\frac{1+\alpha}{2T}=\frac{(1+\alpha)R_b}{2}=\frac{(1+1)\times 64}{2}=64(\text{kHz})$$

由教材式(5-27)可求出频带利用率

$$\eta_b=\frac{2}{1+\alpha}=\frac{2}{1+1}=1(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

也可以由信息速率和信道带宽求出频带利用率

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{64\times 10^3}{64\times 10^3}=1(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

5.10　设二进制基带系统的传输特性为

$$H(\omega)=\begin{cases}\tau_0(1+\cos\omega\tau_0), & |\omega|\leqslant \pi/\tau_0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

试确定系统最高的传输速率 R_b 及相应的码元间隔 T_s。

解　由题目条件可知,该系统的传输特性为全升余弦滚降特性,其等效低通带宽为滚降段的中心频率 ω_s,可求出

$$\omega_s=\frac{\pi}{2\tau_0}$$

$$f_s=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\pi}{2\tau_0}=\frac{1}{4\tau_0}$$

由教材式(5-23)可知,系统最高的传输速率 R_b 是等效低通带宽的2倍,由此可计算

$$R_b = 2f_s = 2 \times \frac{1}{4\tau_0} = \frac{1}{2\tau_0}$$

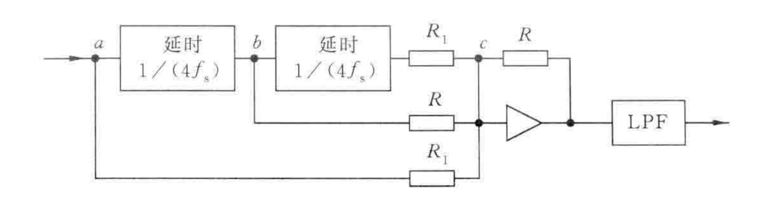
相应的码元间隔 T_s 为

$$T_s = \frac{1}{R_b} = 2\tau_0$$

5.11　图题 5-11 为用一数字电路方法产生具有升余弦频谱特性的成形滤波器的原理电路。图中的运算放大器作相加器用。使 $R_1 = 2R$ 以保证相加器的输出中对 a,b,c 点三个分量的加权值分别为 $\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}$。试证明该电路的传递函数 $|H(f)|$ 为

$$|H(f)| = \begin{cases} 1 + \cos\dfrac{\pi f}{2f_s}, & 0 \leqslant f \leqslant 2f_s \\ 0, & f > 2f_s \end{cases}$$

并画出滤波器的频谱特性曲线。



图题 5-11

解　设延时常数为 τ，由题图 5-11 可知，系统的传递函数为

$$\begin{aligned} H(f) &= \frac{1}{2} + e^{-j2\pi f\tau} + \frac{1}{2}e^{-j2\pi f\tau} \cdot e^{-j2\pi f\tau} \\ &= e^{-j2\pi f\tau}\left(\frac{1}{2}e^{j2\pi f\tau} + 1 + \frac{1}{2}e^{-j2\pi f\tau}\right) \\ &= e^{-j2\pi f\tau}[1 + \cos(2\pi f\tau)] \end{aligned}$$

把 $\tau = 1/(4f_s)$ 代入上式，得到

$$H(f) = e^{-j\frac{\pi f}{2f_s}}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi f}{2f_s}\right)\right]$$

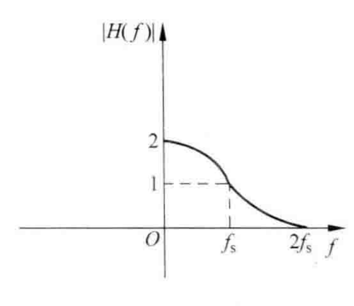
经过低通滤波器后,传递函数为

$$H(f)=\begin{cases}e^{-j\frac{\pi f}{2f_s}}\left[1+\cos\left(\dfrac{\pi f}{2f_s}\right)\right], & |f|\leqslant 2f_s\\ 0, & |f|>2f_s\end{cases}$$

对系统的传递函数取模,得

$$|H(f)|=\begin{cases}1+\cos\left(\dfrac{\pi f}{2f_s}\right), & 0\leqslant f\leqslant 2f_s\\ 0, & f>2f_s\end{cases}$$

频谱特性曲线如图题解 5-11 所示。



图题解 5-11

5.12 试求用两个相隔一位码元间隔的$\dfrac{\sin x}{x}$波形的合成波来代替传输系统冲激响应的$\dfrac{\sin x}{x}$波形的频谱,并说明其传递函数的特点。

解 令相邻码元取样时刻在 $t=\pm T/2$ 处,其余码元的取样时刻在 $\pm 3T/2, \pm 5T/2, \cdots$。用两个相隔一位码元间隔 T 的 $\sin x/x$ 的合成波形来代替 $\sin x/x$ 波形,合成波的数学表达式为

$$p(t)=\frac{\sin\dfrac{\pi}{T}\left(t+\dfrac{T}{2}\right)}{\dfrac{\pi}{T}\left(t+\dfrac{T}{2}\right)}+\frac{\sin\dfrac{\pi}{T}\left(t-\dfrac{T}{2}\right)}{\dfrac{\pi}{T}\left(t-\dfrac{T}{2}\right)}$$

对上式进行傅里叶变换，可以求出 $p(t)$ 的频谱函数为

$$P(\omega)=\begin{cases}T(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T/2}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega T/2}), & |\omega|\leqslant\dfrac{\pi}{T}\\[2ex] 0, & |\omega|>\dfrac{\pi}{T}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}2T\cos(\omega T/2), & |\omega|\leqslant\dfrac{\pi}{T}\\[2ex] 0, & |\omega|>\dfrac{\pi}{T}\end{cases}$$

传递函数的特点是 $p(t)$ 的频谱限制在 $\pm\pi/T$ 之内，而且呈余弦型。这种缓变的滚降过渡特性与陡峭衰减的理想低通特性有明显的不同。这时的传输带宽为

$$B=\frac{1}{2\pi}\frac{\pi}{T}=\frac{1}{2T}$$

频带利用率为

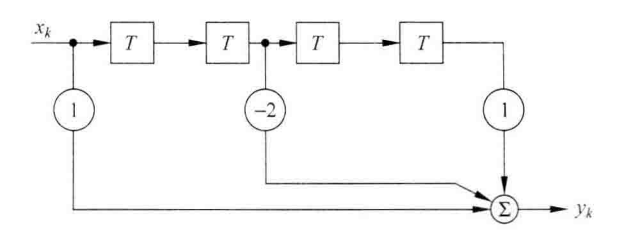
$$\eta_{\mathrm{b}}=\frac{R_{\mathrm{b}}}{B}=\frac{1/T}{1/2T}=2(\mathrm{bit}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{Hz}))$$

5.13　设一个部分响应系统采用的相关编码表示式为

$$y_k=x_k-2x_{k-2}+x_{k-4}$$

画出该系统的框图，并求出系统的单位冲激响应和频率特性。

解　系统框图如图题解 5-13 所示。



图题解 5-13

由图可知，该系统的单位冲激响应为

$$h(t)=\delta(t)-2\delta(t-2T)+\delta(t-4T)$$

相应的传递函数为

$$\begin{aligned}H(f)&=1-2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi Tf}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}8\pi Tf}\\&=2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi Tf}\left(\frac{1}{2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}4\pi Tf}-1+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi Tf}\right)\\&=2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}4\pi Tf}[\cos(4\pi Tf)-1]\end{aligned}$$

对系统的传递函数取模,得

$$|H(f)|=\begin{cases}2[1-\cos(4\pi Tf)], & 0\leqslant f\leqslant 1/2T\\0, & f>1/2T\end{cases}$$

5.14 数字基带信号在传输过程中受到均值为0,平均功率为σ^2的加性高斯白噪声的干扰,若信号采用单极性非归零码,且出现“1”的概率为3/5,出现“0”的概率为2/5,试推导出最佳判决门限值V_d和平均误比特率公式。

解 设最佳判决门限为V_d。信源发0码和1码的概率分别为P_0和P_1,则基带传输系统的平均误比特率为

$$P_b=P_0P_{b0}+P_1P_{b1}=P_0\int_{V_d}^{\infty}p_0(r)\mathrm{d}r+P_1\int_{-\infty}^{V_d}p_1(r)\mathrm{d}r$$

基带信号采用单极性非归零码,设1码的幅度为A,上式中的概率密度函数可表示为

$$p_0(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-r^2/(2\sigma^2)}$$

$$p_1(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-(r-A)^2/(2\sigma^2)}$$

为求出最佳判决门限,令

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_d}=0$$

因此有

$$P_1p_1(V_d)-P_0p_0(V_d)=0$$

$$\frac{p_1(V_d)}{p_0(V_d)}=\frac{P_0}{P_1}$$

将 $p_1(V_d)$ 和 $p_0(V_d)$ 代入，得最佳门限值为

$$V_d = \frac{A}{2} + \frac{\sigma^2}{A}\ln\frac{P_0}{P_1}$$

由题目已知条件可知 $P_1=3/5, P_0=2/5$，于是有

$$V_d = \frac{A}{2} + \frac{\sigma^2}{A}\ln\frac{P_0}{P_1} = \frac{A}{2} + \frac{\sigma^2}{A}\ln\frac{2}{3}$$

平均误比特率的公式为

$$\begin{aligned}
P_b = P_0P_{b0} + P_1P_{b1} &= P_0\int_{V_d}^{\infty} p_0(r)\mathrm{d}r + P_1\int_{-\infty}^{V_d} p_1(r)\mathrm{d}r \\
&= \frac{2}{5}\int_{V_d}^{\infty} p_0(r)\mathrm{d}r + \frac{3}{5}\int_{-\infty}^{V_d} p_1(r)\mathrm{d}r \\
&= \frac{2}{5}\int_{V_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-r^2/2\sigma^2}\mathrm{d}r + \frac{3}{5}\int_{-\infty}^{V_d} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-(r-A)^2/2\sigma^2}\mathrm{d}r \\
&= \frac{2}{5}\int_{\frac{V_d}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-x^2/2}\mathrm{d}x + \frac{3}{5}\int_{-\infty}^{\frac{V_d-A}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-x^2/2}\mathrm{d}x \\
&= \frac{2}{5}Q\left(\frac{V_d}{\sigma}\right) + \frac{3}{5}Q\left(\frac{A-V_d}{\sigma}\right)
\end{aligned}$$

5.15　双极性 NRZ 码在抽样时刻的电平取值为 $+A$ 或 $-A$，分别对应于 1 码和 0 码。信源发送 1 码和 0 码的概率分别为 P_1 和 P_0，判决器输入端的噪声功率为 σ^2。

(1) 证明最佳判决电平 $V_d=\dfrac{\sigma^2}{2A}\ln\dfrac{P_0}{P_1}$；

(2) 求 $P_0=P_1=1/2$ 时的最佳判决电平；

(3) 当 $P_0>P_1$ 时 V_d 的值应如何变化？

(4) 当 $P_0<P_1$ 时 V_d 的值应如何变化？

解　(1) 设最佳判决门限为 V_d。信源发 0 码和 1 码的概率分别为 P_0 和 P_1，则基带传输系统的平均误比特率为

$$P_b = P_1P_{b0} + P_1P_{b1} = P_0\int_{V_d}^{\infty} p_0(r)\mathrm{d}r + P_1\int_{-\infty}^{V_d} p_1(r)\mathrm{d}r$$

上式中的概率密度函数可表示为

$$p_0(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(r+A)^2/(2\sigma^2)}$$

$$p_1(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(r-A)^2/(2\sigma^2)}$$

为求出最佳判决门限,令

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_d}=0$$

因此有

$$P_1p_1(V_d)-P_0p_0(V_d)=0$$

$$\frac{p_1(V_d)}{p_0(V_d)}=\frac{P_0}{P_1}$$

将 $p_1(V_d)$和 $p_0(V_d)$代入,得最佳门限值为

$$V_d=\frac{\sigma^2}{2A}\ln\frac{P_0}{P_1}$$

(2) 当 $P_0=P_1=1/2$ 时,最佳判决电平

$$V_d=0$$

(3) 当 $P_0>P_1$ 时,V_d 的值应有利于对 P_0 的判决,判决门限 V_d 应向右离开等概时的判决门限,即

$$V_d=\frac{\sigma^2}{2A}\ln\frac{P_0}{P_1}>0$$

(4) 当 $P_0<P_1$ 时,V_d 的值应有利于对 P_1 的判决,判决门限 V_d 应向左离开等概时的判决门限,即

$$V_d=\frac{\sigma^2}{2A}\ln\frac{P_0}{P_1}<0$$

5.16　设有一个PCM传输系统,其误码率不大于 10^{-6},试求在接收双极性码信号和单极性码信号时的最低信噪比。

解　由教材式(5-60)可知双极性NRZ码所需要的信噪比 S/N 与误比特率 P_b 的关系

$$P_b=Q\left(\sqrt{\frac{S}{N}}\right)$$

当误比特率不大于 10^{-6} 时，查教材附录表 B-2 可知

$$\sqrt{\frac{S}{N}} = 4.80$$

双极性 NRZ 码所需要的最低信噪比 S/N 为

$$\frac{S}{N} = 4.80^2 = 23.04$$

由教材式(5-59)可知单极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 与误比特率 P_b 的关系

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{S}{2N}}\right)$$

当误比特率不大于 10^{-6} 时，查教材附录表 B-2 可知

$$\sqrt{\frac{S}{2N}} = 4.80$$

单极性 NRZ 码所需要的最低信噪比 S/N 为

$$\frac{S}{N} = 2 \times 4.80^2 = 46.08$$

5.17　一计算机产生速率 $R_b = 2400\text{bit/s}$ 的单极性非归零码，在单边功率谱密度 $n_0 = 4 \times 10^{-20}\,\text{W/Hz}$ 的噪声信道中传输。

(1) 当误比特每 1s 不大于 1bit 时，求信号的功率；

(2) 当接收端的信噪比为 30 时，求误比特率。

解　(1) 由题目条件可知信息速率 $R_b = 2400\text{bit/s}$，当误比特每 1s 不大于 1bit 时，误比特率 P_b 的取值为

$$P_b < \frac{1}{R_b} = \frac{1}{2400} = 4.17 \times 10^{-4}$$

由教材式(5-59)可知单极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 与误比特率 P_b 的关系

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{S}{2N}}\right)$$

当误比特率 $P_b < 4.17 \times 10^{-4}$ 时，查教材附录表 B-2 可知

$$\sqrt{\frac{S}{2N}} = 3.35$$

单极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 为

$$\frac{S}{N} = 2 \times 3.35^2 = 22.44$$

NRZ 码的谱零点带宽在数值上取信息速率，所以噪声的平均功率

$$N = n_0 B = n_0 R_b$$

信号的平均功率

$$S = 22.44 \times n_0 R_b = 22.44 \times 4 \times 10^{-20} \times 2400$$
$$= 2.15 \times 10^{-15} (\mathrm{W})$$

(2) 当接收端的信噪比为 30 时，可计算出

$$\sqrt{\frac{S}{2N}} = \sqrt{\frac{30}{2}} = \sqrt{15} = 3.87$$

查教材附录表 B-2 可知 Q 函数值

$$P_b = 5.91 \times 10^{-5}$$

5.18 若要求基带传输系统的误比特率分别为 10^{-6} 和 10^{-7}，求采用下列基带信号时所需要的信噪比：

(1) 单极性 NRZ 码；

(2) 双极性 NRZ 码。

解 (1) 由教材式(5-59)可知单极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 与误比特率 P_b 的关系

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{S}{2N}}\right)$$

当误比特率 $P_b = 10^{-6}$ 时，查教材附录表 B-2 可知 Q 函数值应取 4.80，即

$$\sqrt{\frac{S}{2N}} = 4.80$$

单极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 为

$$\frac{S}{N}=2\times4.80^2=46.08$$

当误比特率 $P_b=10^{-7}$时，查教材附录表 B-2 可知 Q 函数值应取 5.20，即

$$\sqrt{\frac{S}{2N}}=5.20$$

单极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 为

$$\frac{S}{N}=2\times5.20^2=54.08$$

(2) 由教材式(5-60)可知双极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 与误比特率 P_b 的关系

$$P_b=Q\left(\sqrt{\frac{S}{N}}\right)$$

当误比特率 $P_b=10^{-6}$时，查教材附录表 B-2 可知 Q 函数值对应 4.80，即

$$\sqrt{\frac{S}{N}}=4.80$$

双极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 为

$$\frac{S}{N}=4.80^2=23.04$$

当误比特率 $P_b=10^{-7}$时，查教材附录表 B-2 可知 Q 函数值对应 5.20，即

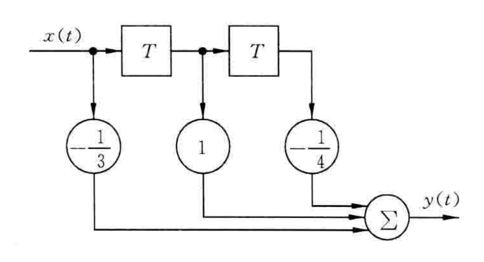
$$\sqrt{\frac{S}{N}}=5.20$$

双极性 NRZ 码所需要的信噪比 S/N 为

$$\frac{S}{N}=5.20^2=27.04$$

5.19　有一个三抽头时域均衡器如图题 5-19 所示，各抽头增益分别为 $-1/3,1,-1/4$。若输入信号 $x(t)$的抽样值为 $x_{-2}=1/8,x_{-1}=1/3,x_0=1,x_{+1}=1/4,x_{+2}=1/16$，求均衡器输入及输

出波形的峰值畸变。



图题 5-19

解　由题目条件可知,三抽头增益分别为 $C_{-1}=-1/3$,$C_0=1$,$C_1=1/4$,且有

$$2N+1=3$$

由教材式(5-74)可以求得各时刻输出为

$$\begin{aligned}
y_{-3} &= \sum_{n=-1}^{1} C_n x_{-3-n} \\
&= C_{-1}x_{-2}+C_0x_{-3}+C_1x_{-4} \\
&= -\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}+0+0 \\
&= -\frac{1}{32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{-2} &= \sum_{n=-1}^{1} C_n x_{-2-n} \\
&= C_{-1}x_{-1}+C_0x_{-2}+C_1x_{-3} \\
&= -\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{8}+0 \\
&= \frac{1}{72}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
y_{-1} &= \sum_{n=-1}^{1} C_n x_{-1-n} \\
&= C_{-1}x_0 + C_0 x_{-1} + C_1 x_{-2} \\
&= -\frac{1}{3}\times 1 + 1\times\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\times\frac{1}{8} \\
&= -\frac{1}{32}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y_0 &= \sum_{n=-1}^{1} C_n x_{-n} \\
&= C_{-1}x_{+1} + C_0 x_0 + C_1 x_{-1} \\
&= -\frac{1}{3}\times\frac{1}{4} + 1\times 1 - \frac{1}{4}\times\frac{1}{3} \\
&= \frac{5}{6}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y_1 &= \sum_{n=-1}^{1} C_n x_{1-n} \\
&= C_{-1}x_{+2} + C_0 x_{+1} + C_1 x_0 \\
&= -\frac{1}{3}\times\frac{1}{16} + 1\times\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\times 1 \\
&= -\frac{1}{48}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y_2 &= \sum_{n=-1}^{1} C_n x_{2-n} \\
&= C_{-1}x_{+3} + C_0 x_{+2} + C_1 x_{+1} \\
&= 0 + 1\times\frac{1}{16} - \frac{1}{4}\times\frac{1}{4} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y_3 &= \sum_{n=-1}^{1} C_n x_{3-n} \\
&= C_{-1}x_{+4} + C_0 x_{+3} + C_1 x_{+2}
\end{aligned}
$$

$$= 0 + 0 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{16}$$

$$= \frac{1}{64}$$

由教材式(5-75)可求得输出峰值畸变为

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{y_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |y_k| \\ &= \frac{1}{y_0}(y_{-3} + y_{-2} + y_{-1} + y_{+1} + y_{+2} + y_{+3}) \\ &= \frac{6}{5}\left(\frac{1}{32} + \frac{1}{72} + \frac{1}{32} + \frac{1}{48} + \frac{1}{64}\right) \\ &= 0.14 \end{aligned}$$

输入峰值畸变为

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |x_k| \\ &= \frac{1}{x_0}(x_{-2} + x_{-1} + x_{+1} + x_{+2}) \\ &= \frac{1}{1} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) \\ &= 0.77 \end{aligned}$$

由结论可知,均衡后使峰值畸变减小5.5倍。

5.20　设有3个抽头的迫零均衡器,输入信号 $x(t)$ 在各抽样点的值依次为 $x_{-2}=0.1$,$x_{-1}=0.2$,$x_0=1$,$x_{+1}=-0.3$,$x_{+2}=0.1$。对于 $k>2$ 的 $x_k=0$,求3个抽头的最佳增益值。

解　设3个抽头的最佳增益值分别为 C_{-1},C_0 和 C_1。因为 $2N+1=3$,根据教材式(5-78),列出矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & x_{-2} \\ x_1 & x_0 & x_{-1} \\ x_2 & x_1 & x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

将输入信号 $x(t)$ 在各抽样点的值代入上式，得

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.1 \\ -0.3 & 1 & 0.2 \\ 0.1 & -0.3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

由矩阵方程可列出方程组

$$\begin{cases} C_{-1} + 0.2C_0 + 0.1C_1 = 0 \\ -0.3C_{-1} + C_0 + 0.2C_1 = 1 \\ 0.1C_{-1} - 0.3C_0 + C_1 = 0 \end{cases}$$

解联立方程组可得

$$C_{-1} = -0.2048,\quad C_0 = 0.8816,\quad C_1 = 0.2850$$

5.21 已知某线性反馈移位寄存器的特征多项式系数的八进制表示为 107，若移位寄存器的起始状态为全 1，

(1) 求末级输出序列；

(2) 输出序列是否为 m 序列？为什么？

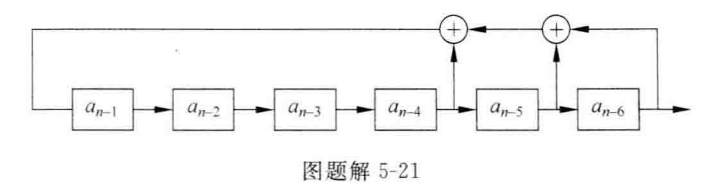
解 (1) 特征多项式系数的八进制表示为 107，与二进制系数的关系为

$$\begin{matrix} & & 1 & & & 0 & & & 7 \\ & & \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

由二进制系数可写出对应的特征多项式

$$F_1(x) = x^6 + x^5 + x^4 + 1$$

特征多项式所对应的 6 级移位寄存器的逻辑反馈图如图题解 5-21 所示。



图题解 5-21

经计算可求出末级输出序列为全1序列。

(2) 由6级线性反馈移位寄存器产生的m序列的周期应为

$$2^6-1=63$$

而全1序列的周期为1,所以输出序列不是m序列。

5.22 已知移位寄存器的特征多项式系数为51,若移位寄存器起始状态为10 000,

(1) 求末级输出序列;

(2) 验证输出序列是否符合m序列的性质。

解 (1) 特征多项式系数为51,写出二进制系数和对应的特征多项式的过程为

$$\begin{array}{cccccccc} & 5 & & & 1 & & \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\ C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & F_1(x)=x^5+x^2+1 \\ C_5 & C_4 & C_3 & C_2 & C_1 & C_0 & F_2(x)=x^5+x^3+1 \end{array}$$

使用特征多项式$F_1(x)=x^5+x^2+1$,若移位寄存器起始状态为10 000,移位寄存器状态转移流程图如表题解5-22所示。

表题解5-22

移位时钟节拍	第1级 a_{n-1}	第2级 a_{n-2}	第3级 a_{n-3}	第4级 a_{n-4}	第5级 a_{n-5}	反馈值 $a_n=a_{n-2}\oplus a_{n-5}$
0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1
2	1	0	1	0	0	0
3	0	1	0	1	0	1
4	1	0	1	0	1	1
5	1	1	0	1	0	1
6	1	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	0	1
8	1	0	1	1	1	1

续表

移位时钟节拍	第 1 级 a_{n-1}	第 2 级 a_{n-2}	第 3 级 a_{n-3}	第 4 级 a_{n-4}	第 5 级 a_{n-5}	反馈值 $a_n=a_{n-2}\oplus a_{n-5}$
9	1	1	0	1	1	0
10	0	1	1	0	1	0
11	0	0	1	1	0	0
12	0	0	0	1	1	1
13	1	0	0	0	1	1
14	1	1	0	0	0	1
15	1	1	1	0	0	1
16	1	1	1	1	0	1
17	1	1	1	1	1	0
18	0	1	1	1	1	0
19	0	0	1	1	1	1
20	1	0	0	1	1	1
21	1	1	0	0	1	0
22	0	1	1	0	0	1
23	1	0	1	1	0	0
24	0	1	0	1	1	0
25	0	0	1	0	1	1
26	1	0	0	1	0	0
27	0	1	0	0	1	0
28	0	0	1	0	0	0
29	0	0	0	1	0	0
30	0	0	0	0	1	1
31	1	0	0	0	0	0
32	0	1	0	0	0	1

末级输出序列 $a_{n-5}=0000101011101100011111001101001$。

(2) 周期序列的长度为 31 位，其中 1 码的个数 16 位、0 码的个数 15 位。长度为 5 个码的游程 1 个(5 个 1 码)，长度为 4 个码的游程 1 个(4 个 0 码)，长度为 3 个码的游程 2 个，长度为

2个码的游程4个，长度为1个码的游程8个。这些特点符合m序列的性质。

5.23　试设计一个长为31的m序列，画出逻辑反馈图，写出此序列一个周期内的所有游程。

解　长为31的m序列满足下式关系

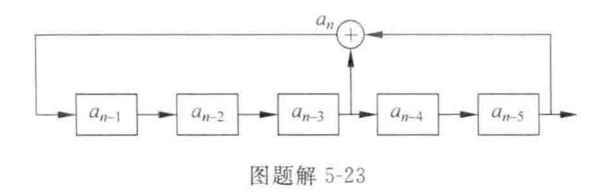
$$2^5 - 1 = 31$$

m序列应由5级移位寄存器产生。查教材表5-3可知特征多项式系数为45，所对应的特征多项式为

$$F_1(x) = x^5 + x^2 + 1$$

$$F_2(x) = x^5 + x^3 + 1$$

选择特征多项式 $F_2(x)=x^5+x^3+1$，选择初始状态10 000，5级移位寄存器的逻辑反馈图如图题解5-23所示。



图题解5-23

移位寄存器状态转移流程图如表题解5-23所示。

表题解5-23

移位时钟节拍	第1级 a_{n-1}	第2级 a_{n-2}	第3级 a_{n-3}	第4级 a_{n-4}	第5级 a_{n-5}	反馈值 $a_n=a_{n-3}\oplus a_{n-5}$
0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	1
3	1	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	1	1
5	1	0	1	0	0	1
6	1	1	0	1	0	0

续表

移位时钟节拍	第 1 级 a_{n-1}	第 2 级 a_{n-2}	第 3 级 a_{n-3}	第 4 级 a_{n-4}	第 5 级 a_{n-5}	反馈值 $a_n=a_{n-3}\oplus a_{n-5}$
7	0	1	1	0	1	0
8	0	0	1	1	0	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	1	0	0	1	1
11	1	1	1	0	0	1
12	1	1	1	1	0	1
13	1	1	1	1	1	0
14	0	1	1	1	1	0
15	0	0	1	1	1	0
16	0	0	0	1	1	1
17	1	0	0	0	1	1
18	1	1	0	0	0	0
19	0	1	1	0	0	1
20	1	0	1	1	0	1
21	1	1	0	1	1	1
22	1	1	1	0	1	0
23	0	1	1	1	0	1
24	1	0	1	1	1	0
25	0	1	0	1	1	1
26	1	0	1	0	1	0
27	0	1	0	1	0	0
28	0	0	1	0	1	0
29	0	0	0	1	0	0
30	0	0	0	0	1	1
31	1	0	0	0	0	0
32	0	1	0	0	0	1

末级输出序列 a_{n-5}＝0000100101100111110001101110101。

此序列一个周期内的所有游程数

$$2^{5-1}=16$$

其中，

长度为5个码的游程1个：11111

长度为4个码的游程1个：0000

长度为3个码的游程2个：111；000

长度为2个码的游程4个：00；00；11；11

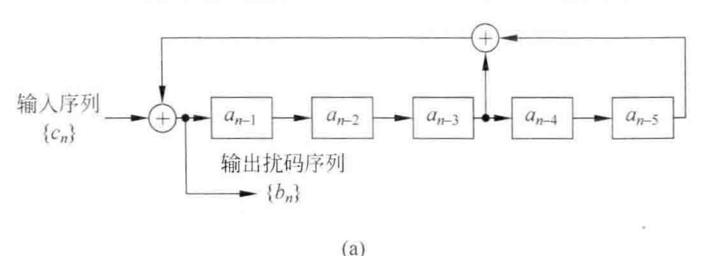
长度为1个码的游程8个：1；1；1；1；0；0；0；0

5.24　设计一个由5级移位寄存器组成的扰码和解扰系统：

(1) 画出扰码器和解扰器框图；

(2) 若输入为全1码，试写出扰码器前35拍的输出序列。

解　(1) 扰码器和解扰器框图如图题解5-24所示。



(a)

接收扰码序列
$\{\hat{b}_n\}$
a_{n-1}
a_{n-2}
a_{n-3}
a_{n-4}
a_{n-5}
输出序列
$\{\hat{c}_n\}$

(b)

图题解5-24

(2) 输入为全1码，设初始状态为全0，扰码器前35拍的状态转移及输出序列如表题解5-24所示。

表题解 5-24

移位时钟节拍	输入	第 1 级 a_{n-1}	第 2 级 a_{n-2}	第 3 级 a_{n-3}	第 4 级 a_{n-4}	第 5 级 a_{n-5}	反馈值 $a_n=a_{n-3}\oplus a_{n-5}$	输出
0	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1
2	1	1	1	0	0	0	0	1
3	1	1	1	1	0	0	1	0
4	1	0	1	1	1	0	1	0
5	1	0	0	1	1	1	0	1
6	1	1	0	0	1	1	1	0
7	1	0	1	0	0	1	1	0
8	1	0	0	1	0	0	1	0
9	1	0	0	0	1	0	0	1
10	1	1	0	0	0	1	1	0
11	1	0	1	0	0	0	0	1
12	1	1	0	1	0	0	1	0
13	1	0	1	0	1	0	0	1
14	1	1	0	1	0	1	0	1
15	1	1	1	0	1	0	0	1
16	1	1	1	1	0	1	0	1
17	1	1	1	1	1	0	1	0
18	1	0	1	1	1	1	0	1
19	1	1	0	1	1	1	0	1
20	1	1	1	0	1	1	1	0
21	1	0	1	1	0	1	0	1
22	1	1	0	1	1	0	1	0
23	1	0	1	0	1	1	1	0
24	1	0	0	1	0	1	0	1
25	1	1	0	0	1	0	0	1
26	1	1	1	0	0	1	1	0
27	1	0	1	1	0	0	1	0
28	1	0	0	1	1	0	1	0

续表

移位时钟节拍	输入	第1级 a_{n-1}	第2级 a_{n-2}	第3级 a_{n-3}	第4级 a_{n-4}	第5级 a_{n-5}	反馈值 $a_n=a_{n-3}\oplus a_{n-5}$	输出
29	1	0	0	0	1	1	1	0
30	1	0	0	0	0	1	1	0
31	1	0	0	0	0	0	0	1
32	1	1	0	0	0	0	0	1
33	1	1	1	0	0	0	0	1
34	1	1	1	1	0	0	1	0
35	1	0	1	1	1	0	1	0

由扰码器输出序列可知，扰码后输出为周期很长的伪随机码。

第6章　数字信号的频带传输

6.1　学习辅导

6.1.1　教学背景

数字信号的传输方式分为数字信号的基带传输和数字信号的调制(频带)传输。第5章讨论了数字信号的基带传输,基带传输要求使用低通型信道。由于大多数的信道是带通型的,所以在多数情况下必须使用数字调制(频带)传输。

用数字基带信号调制正(余)弦波,使数字基带信号的功率谱搬移到较高的频率上,可得到数字调制信号。与模拟调制相对应,数字调制的3种基本方式为幅度键控(ASK)、频移键控(FSK)和相移键控(PSK)。

在数字信号基带传输的基础上,第6章讨论数字信号的调制传输。在数字信号的调制中,二进制数字调制是最简单的,也是最基础的。本章先学习二进制数字调制,再进一步学习多进制数字调制。

6.1.2　学习目标

(1) 叙述数字调制传输的定义。

(2) 画出二进制数字调制信号(2ASK、2FSK、2PSK、2DPSK)的波形。

(3) 定性分析二进制数字调制信号功率谱的一般组成。计算二进制数字调制信号的带宽。

(4) 建立二进制数字调制系统抗噪声性能分析模型,了解

抗噪声性能的推导过程，计算二进制数字调制信号的误比特率。比较二进制数字调制信号的抗噪声性能。

(5) 解释数字信号最佳接收的意义。解释匹配滤波器的作用。用作图法求出匹配滤波器的冲击响应，计算匹配滤波器的输出。了解相关接收机的组成。

(6) 分析使用匹配滤波器的最佳接收性能，计算最佳接收时二进制数字调制信号的误比特率。比较最佳接收时二进制数字调制信号的抗噪声性能。

(7) 列出多进制数字调制的形式。对比二进制数字调制和多进制数字调制的频带利用率。由传输要求设计多进制数字调制的形式。

6.1.3 学习要点

1. 二进制数字调制

(1) 二进制幅度键控(2ASK)

- 时域表达式和时域波形
- 功率谱和带宽
- 调制和解调过程

(2) 二进制频移键控(2FSK)

- 时域表达式和时域波形
- 功率谱和带宽
- 调制和解调过程

(3) 二进制相移键控(2PSK)

- 时域表达式和时域波形
- 功率谱和带宽
- 调制和解调过程

(4) 二进制差分相移键控(2DPSK)

- 时域波形

- 调制和解调过程

2. 二进制数字调制的抗噪声性能

- 2ASK 的抗噪声性能的分析模型、计算过程和结论
- 2FSK 的抗噪声性能的分析模型、计算过程和结论
- 2PSK 的抗噪声性能的分析模型、计算过程和结论
- 二进制数字调制的抗噪声性能比较

3. 数字信号的最佳接收

- 数字信号最佳接收的概念
- 使用匹配滤波器的最佳接收
- 相关接收机的组成
- 匹配滤波器的最佳接收性能
- 最佳系统抗噪声性能的比较

4. 多进制数字调制

- 多进制数字调制的形式
- 多进制数字调制的频带利用率
- 多进制数字调制形式的设计

6.1.4　学习难点

1. 数字调制和模拟调制的比较

(1) 数字调制和模拟调制的相同点

调制原理相同，都是用基带信号改变未调载波的某个参量。

调制目的相同，都是通过调制把基带信号的频谱（或功率谱）搬移到较高的频率上，以实现在带通型信道上的传输。

未调载波相同，都是正（余）弦波。

(2) 数字调制和模拟调制的不同点

调制信号不同，模拟调制的调制信号是模拟基带信号，数字调制的调制信号是数字基带信号。

已调载波的参量取值不同，在模拟调制信号中已调载波的

参量(幅度、频率、相位)取值是连续的,在数字调制信号中已调载波的参量(幅度、频率、相位)取值是离散的。

2. 二进制相移键控(2PSK)和二进制差分相移键控(2DPSK)的比较

2PSK 信号是用载波的绝对相位表示数字信号。在解调时,由于载波相位的不确定性会导致解调出的信码可能是正码也可能是反码,即相位模糊度会影响相干解调的结果。

2DPSK 信号是用载波的相对相位表示数字信号。在解调时由于载波相位的不确定性不影响解调出的信码。相对调相的过程分为差分编码和绝对调相。差分编码的公式为

$$\hat{b}_n = \hat{a}_n \oplus \hat{b}_{n-1}$$

用相对码对载波进行绝对调相。接收端对绝对调相信号解调得到相对码,对相对码差分译码的公式为

$$\hat{a}_n = \hat{b}_n \oplus \hat{b}_{n-1}$$

对于相对码 $\hat{b}_n$ 和 $\hat{b}_{n-1}$ 来说,如果它们是正码,会得到相应的绝对码 $\hat{a}_n$;如果它们是反码,会得到同样的绝对码 $\hat{a}_n$。

例如 $\hat{b}_n$ 和 $\hat{b}_{n-1}$ 是正码时,设 $\hat{b}_n=1$,$\hat{b}_{n-1}=0$,相应的

$$\hat{a}_n = \hat{b}_n \oplus \hat{b}_{n-1} = 1 \oplus 0 = 1$$

当 $\hat{b}_n$ 和 $\hat{b}_{n-1}$ 是反码时,则 $\hat{b}_n=0$,$\hat{b}_{n-1}=1$,相应的

$$\hat{a}_n = \hat{b}_n \oplus \hat{b}_{n-1} = 0 \oplus 1 = 1$$

经差分译码恢复出的绝对码 $\hat{a}_n$ 是相同的。

3. 数字调制信号的解调和数字信号的最佳接收

数字调制信号的解调方法是根据数字信号的波形和时域表达式设计的,不同的调制方法有不同的解调方法,目的只是恢复出原始的数字基带信号。

数字调制信号的解调只针对数字调制信号。

数字调制信号的解调容易实现。

数字信号的最佳接收要求达到最佳的接收效果，最佳接收机的设计只与接收机输入信号的波形有关，最佳接收的输出与接收机输入信号的波形无关，输入信号包括数字基带信号和数字调制信号。

对数字调制信号的最佳接收不涉及解调方法和过程，只是进行了一种处理。

数字信号的最佳接收一般来说只能近似实现。

4. 多进制数字调制传输可明显提高信息频带利用率

二进制数字调制是用二进制数字基带信号对载波进行调制，已调信号的带宽由二进制数字调制信号决定。多进制数字调制是用多进制数字基带信号对载波进行调制，已调信号的带宽由多进制数字基带信号决定。

在码元速率相同时，二进制数字调制信号和多进制数字调制信号的带宽相同，而多进制(M)数字调制信号的信息速率是二进制数字调制信号的 $\log_2 M$ 倍。在信息速率相同时，多进制数字调制信号的带宽是二进制数字调制信号带宽的 $1/\log_2 M$。所以多进制数字调制信号的频带利用率是二进制数字调制信号的 $\log_2 M$ 倍，多进制数字调制传输可明显提高信息频带利用率。

6.1.5 学习后记

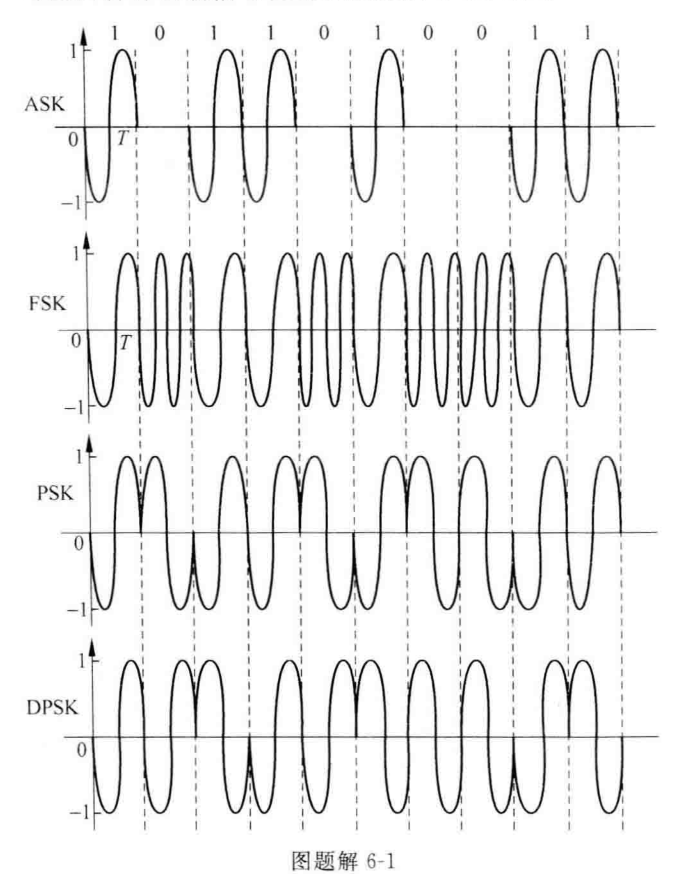
第 6 章讨论了数字信号的调制技术，这些技术都是最基本的，只能满足通信的一般要求。随着社会对通信要求的日益提高和通信技术本身的发展，数字调制的方式也在不断地改进和发展，近年来出现了很多性能良好的数字调制方式。第 7 章将要讨论改进的数字调制方式，它们是目前通信系统中常用的几种现代数字调制技术。

6.2　习题解答

6.1　已知待传送二元序列为$\{a_k\}$=1011010011,试画出ASK,FSK,PSK和DPSK信号波形图。

解　二元序列$\{a_k\}$=1011010011,在ASK,PSK和DPSK信号中设单个1码中包含1个载波周期;在FSK信号中设单个1码中包含1个载波周期,单个0码中包含2个载波周期。

对应的各种调制信号波形如图题解6-1所示。



图题解6-1

6.2　2FSK 信号可表示为

$$\begin{cases} s_1(t) = A\cos(\omega_1 t), & 0 \leqslant t \leqslant T_b \\ s_2(t) = A\cos(\omega_2 t), & 0 \leqslant t \leqslant T_b \end{cases}$$

其中,T_b 为比特间隔,二进制序列等概出现,$\omega_1 = 2\omega_2 = 16\pi/T_b$,若发送的数字信息为 11010010,试画出相应的 2FSK 信号波形。

解　根据题目条件,单个 1 码中包含 8 个载波周期,单个 0 码中包含 4 个载波周期,2FSK 信号波形如图题解 6-2 所示。

6.3　2DPSK 数字通信系统的信息速率为 R_b,若输入数据为 1000110101:

(1) 写出传号差分码(设前一位相对码为 0);

(2) 写出 2DPSK 发送信号的载波相位(设相对码 0 对应的载波相位为 π)。

解　(1) 传号差分码编码规则为

$$b_n = a_n \oplus b_{n-1}$$

当前一位相对码为 0,即 $b_{n-1}=0$ 时,对应的传号差分码为 01111011001。

补充:如果前一位相对码为 1,即 $b_{n-1}=1$ 时,对应的传号差分码为 10000100110。

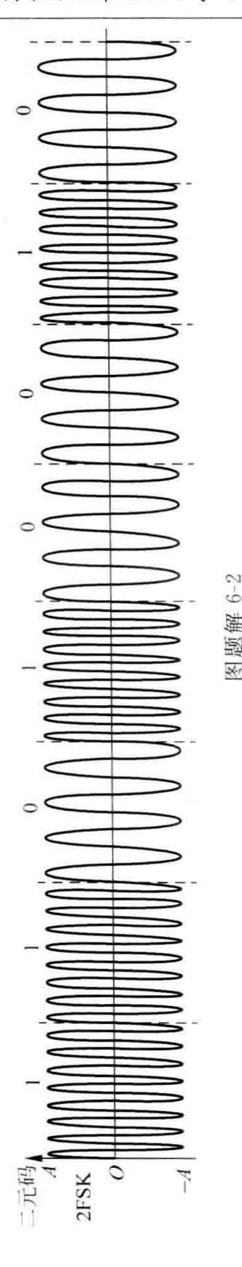
(2) 对于传号差分码,由于相对码 0 对应的载波相位为 π,所以相对码 1 对应的载波相位为 0,由此可知当前一位相对码为 0 时,发送信号的载波相位为 $\pi0000\pi00\pi\pi0$;

当前一位相对码为 1 时,发送信号的载波相位为 $0\pi\pi\pi\pi0\pi\pi00\pi$。

6.4　在相对相移键控中,假设传输的差分码是 01111001000110101011,且规定差分码的前一位为 0,试求出下列两种情况下原来的数字信号:

(1) 规定遇到数字信号为 1 时,差分码保持前位信号不变,否则改变前位信号;

(2) 规定遇到数字信号为 0 时,差分码保持前位信号不变,否则改变前位信号。



图题解 6-2

解　(1) 根据题目条件，该情况下为空号差分码，要进行以下规则的差分译码

$$\hat{a}_n = \overline{\hat{b}_n \oplus \hat{b}_{n-1}}$$

当差分码前一位为 0，即 $\hat{b}_{n-1}=0$ 时，对应的数字信号为 1011101001101000001。

(2) 根据题目条件，该情况下为传号差分码，要进行以下规则的差分译码

$$\hat{a}_n = \hat{b}_n \oplus \hat{b}_{n-1}$$

当差分码前一位为 0，即 $\hat{b}_{n-1}=0$ 时，对应的数字信号为 0100010110010111110。

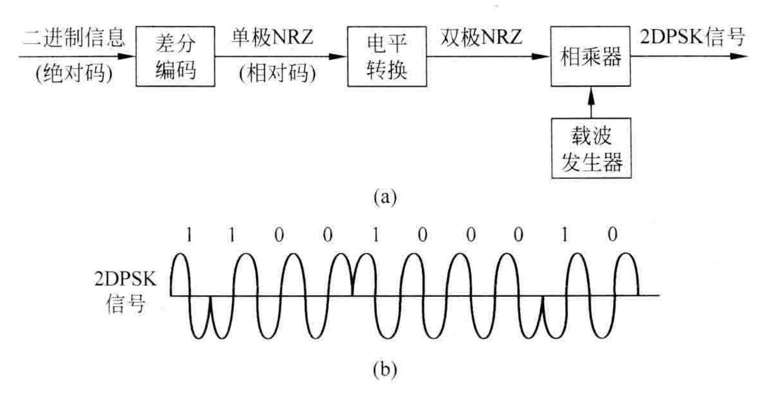
6.5　已知二元序列为 1100100010，采用 DPSK 调制。

(1) 若采用相对码调制方案，设计发送端框图，并画出已调信号波形(设一个码元周期内含一个周期载波)；

(2) 设计两种解调方案，画出相应的接收端框图，并画出各点波形(假设信道不限带)；

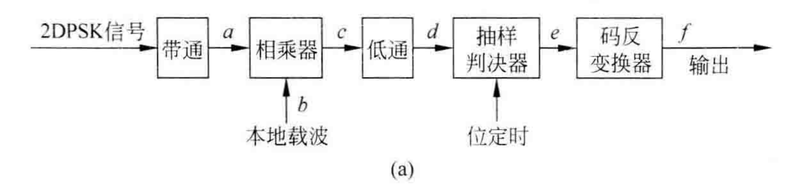
(3) 用列表的方式说明调制和解调的过程。

解　(1) 发送框图及信号波形如图题解 6-5-1 所示。

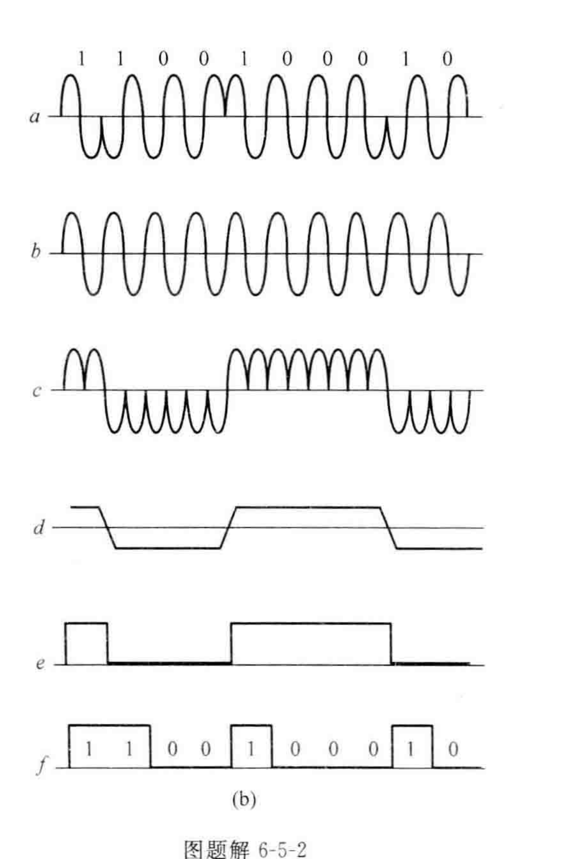


图题解 6-5-1

(2) 对于2DPSK调制，可以采用相干解调和延迟解调方案。图题解6-5-2为相干解调原理框图以及各点波形，图题解6-5-3为延迟解调原理框图以及各点波形。

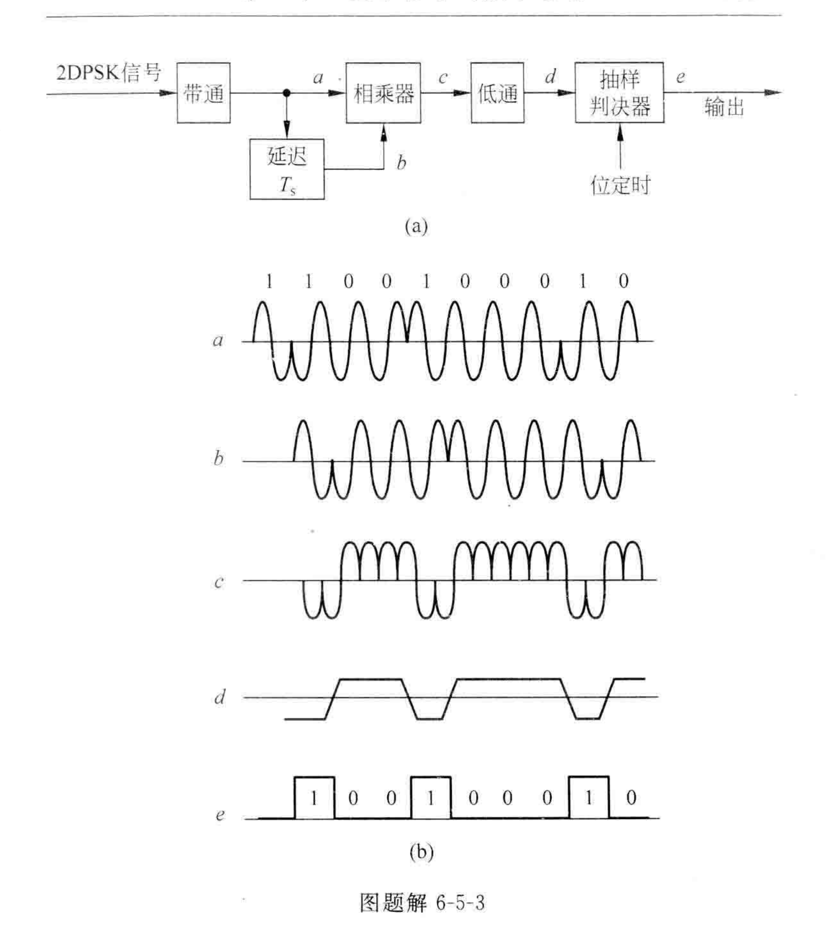


(a)



(b)

图题解6-5-2



图题解 6-5-3

(3) 2DPSK 信号的调制和解调过程列表如下：

绝对码 a_n		1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
差分码 b_n	1^*	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
码元相位 φ	0	π	0	0	0	π	π	π	π	0	0
载波相位 φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
载波相位 φ_2	π	π	π	π	π	π	π	π	π	π	π
$[\varphi \cdot \varphi_1]$极性	+	−	+	+	+	−	−	−	−	+	+

$[\varphi\cdot\varphi_1]$极性	−	+	−	−	−	+	+	+	+	−	−
$\hat{b}_{n1}$	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
$\hat{b}_{n2}$	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
$\hat{a}_n$		1	1	0	0	1	0	0	0	1	0

6.6　设输入二元序列为0,1交替码,计算并画出载频为f_c的PSK信号功率谱。

解　设0,1交替码中单个0,1符号对应的波形函数分别为$g_1(t)$和$g_2(t)$,且码元周期为T_s,1码幅度为A,则有$g_1(t)$和$g_2(t)$的表达式分别为

$$g_1(t)=A[U(t)-U(t-T_s)],\quad g_2(t)=0$$

其中,$U(t)$为单位阶跃函数。

单个1,0码对应的频谱函数分别为

$$G_1(f)=AT_s\mathrm{Sa}\left(\frac{\pi f}{f_s}\right),\quad G_2(f)=0$$

由于0,1交替码中0,1等概,根据教材式(5-10)可知,0,1交替码的功率谱函数为

$$P(f)=\frac{1}{4T_s}\mid G_1(f)-G_2(f)\mid^2+\frac{1}{4T_s^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mid G_1(nf_s)+G_2(nf_s)\mid^2\delta(f-nf_s)$$

代入$G_1(f)$,$G_2(f)$并化简,得到

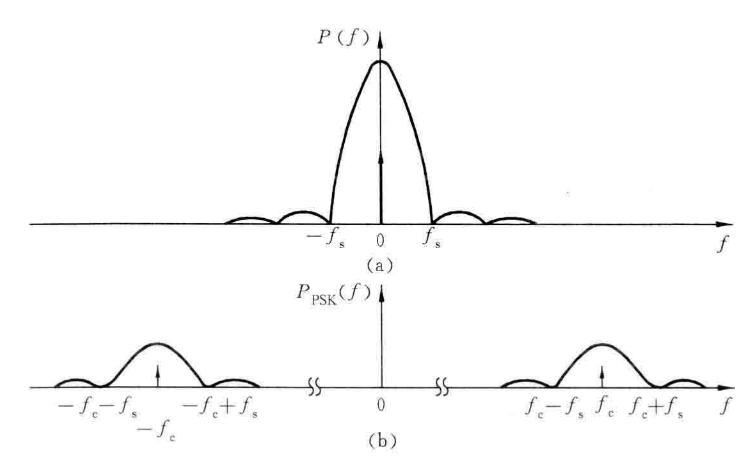
$$P(f)=\frac{A^2T_s}{4}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right)+\frac{A^2}{4}\delta(f)$$

对应的PSK调制信号功率谱为

$$P_{\mathrm{PSK}}(f)=\frac{1}{4}[P(f+f_c)+P(f-f_c)]$$

相应的功率谱图如图题解6-6所示。

6.7　在2PSK数字系统中,信道受到均值为0,双边功率谱密度为$n_0/2$的加性高斯白噪声的干扰,接收端带通滤波器的



图题解 6-6

带宽 $B=2/T_b$，T_b 为比特间隔，若二进制码出现“1”的概率为 3/4，出现“0”的概率为 1/4。

(1) 推导出相干解调器的最佳判决门限 V_d；

(2) 推导出该系统的误比特率计算公式。

解　(1) 将 2PSK 信号表示为

$$s_{2PSK}(t)=\begin{cases}A\cos\omega_c t, & a_n=1\\ -A\cos\omega_c t, & a_n=0\end{cases}$$

当收到传号信号 $A\cos\omega_c t$ 时，低通滤波器的输出为

$$y(t)=A+n_I(t)$$

其中，y 是均值为 A、方差为 σ^2 的高斯分布，其概率密度函数为

$$p_1(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[\frac{(y-A)^2}{2\sigma^2}\right]$$

当收到空号信号 $-A\cos\omega_c t$ 时，低通滤波器的输出为

$$y(t)=-A+n_I(t)$$

其中，y 是均值为 $-A$，方差为 σ^2 的高斯分布，其概率密度函数为

$$p_0(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(y+A)^2}{2\sigma^2}\right]$$

设最佳判决门限为 V_d,则误比特率为

$$P_b=P_1\int_{-\infty}^{V_d}p_1(y)\mathrm{d}y+P_0\int_{V_d}^{+\infty}p_0(y)\mathrm{d}y$$

可知误比特率 P_b 与最佳判决门限 V_d 有关,要使误比特率最小,则应有

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_d}=0$$

所以有

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_b}{\partial V_d}&=P_1p_1(y)\Big|_{-\infty}^{V_d}+P_0p_0(y)\Big|_{V_d}^{+\infty}\\&=P_1[p_1(V_d)-p_1(-\infty)]+P_0[p_0(+\infty)-p_0(V_d)]\\&=0\end{aligned}$$

由于 $p_1(-\infty)=0$,$p_0(+\infty)=0$,可将上式化简为

$$P_1p_1(V_d)-P_0p_0(V_d)=0$$

代入 $p_1(V_d)$,$p_0(V_d)$,并化简,得最佳判决门限值为

$$V_d=\frac{\sigma^2}{2A}\ln\frac{P_0}{P_1}$$

由题目条件可知,$P_0=1/4$,$P_1=3/4$。

输出噪声功率为

$$\sigma^2=2B\times\frac{n_0}{2}=2\times\frac{2}{T_b}\times\frac{n_0}{2}=\frac{2n_0}{T_b}$$

其中,B 为信号带宽,$n_0/2$ 为双边噪声功率谱密度。所以最佳判决门限值为

$$V_d=\frac{\sigma^2}{2A}\ln\frac{P_0}{P_1}=\frac{1}{2A}\times\frac{2n_0}{T_b}\times\ln\frac{P_0}{P_1}=-\frac{n_0}{AT_b}\ln3$$

(2) 根据误比特率计算公式,有

$$P_b=P_1\int_{-\infty}^{V_d}p_1(y)\mathrm{d}y+P_0\int_{V_d}^{+\infty}p_0(y)\mathrm{d}y$$

$$= P_1\int_{\frac{A-V_d}{\sigma}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz + P_0\int_{\frac{A+V_d}{\sigma}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz$$

$$= \frac{3}{4}Q\left(\frac{A-V_d}{\sigma}\right)+\frac{1}{4}Q\left(\frac{A+V_d}{\sigma}\right)$$

6.8　在数字通信系统中，采用 2PSK 传输时系统误码率 $P_s=10^{-6}$，如果传输方式和传输条件不变，输入数据速率减半。在保持误比特率不变情况下，要求发送功率作何变化？

解　由教材式(6-53)可知，2PSK 相干解调误比特率公式为

$$P_b = Q(\sqrt{2r})$$

其中 r 为接收信噪比，表达式为

$$r = \frac{S}{N}$$

式中，S 为信号功率，N 为噪声功率。

取谱零点带宽，则接收噪声功率可表示为

$$N = \sigma^2 = n_0 B = n_0 \frac{2}{T_b} = 2n_0 R_b$$

所以接收信噪比可以写成

$$r = \frac{S}{2n_0 R_b}$$

当保持误码率不变时，要保持 r 不变。由于信道条件不变，所以信道噪声功率谱密度 n_0 不变。在信息传输速率 R_b 减半的情况下，要保持接收信噪比 r 不变，要求发送功率 S 减半。

6.9　2PSK 相干解调中相乘器所需的相干载波若与理想载波有相位差 θ，求相位差对系统误比特率的影响。

解　2PSK 信号的表达式为

$$s_{2PSK}(t) = \begin{cases} A\cos\omega_c t, & a_n = 1 \\ -A\cos\omega_c t, & a_n = 0 \end{cases}$$

由题目条件设相干载波为 $A\cos(\omega_c t+\theta)$，解调过程如下。

当收到传号信号 $A\cos\omega_c t$ 时，带通滤波器的输出为

$$x(t) = [A + n_I(t)]\cos\omega_c t - n_Q(t)\sin\omega_c t$$

与载波相乘得到

$$\begin{aligned} x(t)\cos(\omega_c t+\theta) &= \{[A + n_I(t)]\cos\omega_c t - n_Q(t)\sin\omega_c t\}\cos(\omega_c t+\theta) \\ &= \frac{1}{2}[A + n_I(t)][\cos(2\omega_c t+\theta) + \cos\theta] \\ &\quad - \frac{1}{2}n_Q(t)[\sin(2\omega_c t+\theta) - \sin\theta] \end{aligned}$$

再经 LPF，不计入常数系数 1/2，可得

$$y(t) = A\cos\theta + n_I(t)\cos\theta + n_Q(t)\sin\theta$$

由此可知 $y(t)$ 的幅度是一个均值为 $A\cos\theta$、方差为 σ^2 的高斯分布。其概率密度为

$$p_1(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left[-\frac{(y - A\cos\theta)^2}{2\sigma^2}\right]$$

当收到空号信号 $-A\cos\omega_c t$ 时，带通滤波器的输出为

$$x(t) = [-A + n_I(t)]\cos\omega_c t - n_Q(t)\sin\omega_c t$$

与载波相乘得到

$$\begin{aligned} x(t)\cos(\omega_c t+\theta) &= \{[-A + n_I(t)]\cos\omega_c t \\ &\quad - n_Q(t)\sin\omega_c t\}\cos(\omega_c t+\theta) \\ &= \frac{1}{2}[-A + n_I(t)][\cos(2\omega_c t+\theta) + \cos\theta] \\ &\quad - \frac{1}{2}n_Q(t)[\sin(2\omega_c t+\theta) - \sin\theta] \end{aligned}$$

再经 LPF，不计入常数系数 1/2，可得

$$y(t) = -A\cos\theta + n_I(t)\cos\theta + n_Q(t)\sin\theta$$

其概率密度函数为

$$p_0(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left[-\frac{(y + A\cos\theta)^2}{2\sigma^2}\right]$$

当 0，1 等概时，误比特率为

$$
\begin{aligned}
P_b &= \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0} p_1(y)\mathrm{d}y + \frac{1}{2}\int_{0}^{+\infty} p_0(y)\mathrm{d}y \\
&= \int_{0}^{+\infty} p_0(y)\mathrm{d}y \\
&= \int_{\frac{A\cos\theta}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)\mathrm{d}z \\
&= Q\left(\frac{A\cos\theta}{\sigma}\right) \\
&= Q(\sqrt{2r}\cos\theta)
\end{aligned}
$$

式中 r 为接收信噪比。

讨论　由本题结论可知，当相干载波与理想载波有相位差时，系统的误码性能下降。

6.10　某 ASK 传输系统传送等概率的二元数字信号序列。已知码元宽度 $T=100\mu s$，信道白噪声功率谱密度为 $n_0 = 1.338\times10^{-5}$ W/Hz。

(1) 若利用相干方式接收，限定误比特率为 $P_b=2.005\times10^{-5}$，求所需 ASK 接收信号的幅度 A；

(2) 若保持误比特率 R_b 不变，改用非相干接收，求所需 ASK 接收信号的幅度 A。

解　码元宽度 $T=100\mu s$，则码元速率为

$$R_s = \frac{1}{T} = 1\times10^4(\mathrm{baud})$$

由此可知 ASK 信号近似带宽 B 为

$$B = 2R_s = 2\times10^4(\mathrm{Hz})$$

则接收机窄带噪声功率为

$$\sigma^2 = n_0 B = 1.338\times10^{-5}\times2\times10^4 = 0.27(\mathrm{W})$$

(1) 由教材式(6-27)和题目条件可知，ASK 相干接收的误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{r/2}) = 2.005\times10^{-5}$$

其中

$$r = \frac{A^2}{2\sigma^2}$$

查教材附录表B-2,可知

$$\sqrt{r/2}=4.1$$

由此可求得

$$r=2\times4.1^2=33.62$$

把数值代入,可求得信号的幅度为

$$A=\sqrt{2r\sigma^2}=\sqrt{2\times33.62\times0.27}=4.24(\text{V})$$

(2) 由教材式(6-35)和题目条件可知,ASK调制非相干接收的误比特率为

$$P_b\approx\frac{1}{2}e^{-r/4}=2.005\times10^{-5}$$

所以

$$r=-4\times\ln(2P_b)=-4\times\ln(2\times2.005\times10^{-5})=40.96$$

又因为

$$r=\frac{A^2}{2\sigma^2}$$

可求得信号的幅度为

$$A=\sqrt{2r\sigma^2}=\sqrt{2\times40.96\times0.27}=4.70(\text{V})$$

6.11 某一型号的调制解调器(Modem)利用FSK方式在电话信道600～3000Hz范围内传送低速二元数字信号,且规定$f_1=2025\text{Hz}$代表空号,$f_2=2225\text{Hz}$代替传号,若信息速率$R_b=300\text{bit/s}$,接收端输入信噪比要求为6dB,求:

(1) FSK信号带宽;

(2) 利用相干接收时的误比特率;

(3) 非相干接收时的误比特率,并与(2)的结果比较。

解 (1) 对于二进制数字信号,设B_B为基带信号带宽,R_s为码元速率,R_b为信息速率,则有

$$B_B=R_s=R_b=300(\text{Hz})$$

根据教材式(6-12),2FSK信号的带宽为

$$B\approx2B_B+|f_1-f_2|$$

$$= 2 \times 300 + |2225 - 2025| = 800(\text{Hz})$$

(2) 由题目条件可知,信道带宽为 2400Hz,即信道带宽是支路中带通滤波器带宽的 4 倍,所以带通滤波器输出信噪比是信道输出信噪比的 4 倍。当信道输出信噪比为 6dB 时,带通滤波器的输出信噪比为

$$r = 4 \times 10^{6/10} \approx 4 \times 4 = 16$$

由教材式(6-42)可知,可得相干接收时 FSK 信号的误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{r}) = Q(\sqrt{16}) = Q(4) = 3.17 \times 10^{-5}$$

(3) 由教材式(6-48)可知,可得非相干接收时 FSK 信号的误比特率为

$$P_b \approx \frac{1}{2}e^{-r/2} = \frac{1}{2}e^{-8} = 1.68 \times 10^{-4}$$

比较(2)的结果,可以看出,在相同信噪比下,FSK 信号采用相干接收方式的误比特率小于非相干接收方式的误比特率。

6.12 已知数字基带信号为 1 码时,发出数字调制信号的幅度为 8V,假定信道衰减为 50dB,接收端输入噪声功率为 $N_i = 10^{-4}$ W。试求:

(1) 相干 ASK 的误比特率 P_b;

(2) 相干 PSK 的误比特率 P_b。

解 设数字基带信号为 1 码时,发送端数字调制信号的幅度为 A_i,则 $A_i = 8$V。可求出发送端的峰值功率 S_T 为

$$S_T = \frac{A_i^2}{2} = \frac{8^2}{2} = 32(\text{W})$$

由于信道衰减为 50dB,则接收端已调信号的功率 S_i 为

$$S_i = S_T \times 10^{-5} = 32 \times 10^{-5} = 3.2 \times 10^{-4}(\text{W})$$

接收端输入噪声功率为 $N_i = 10^{-4}$ W,由此可求得接收端输入信号的峰值信噪比为

$$r = \frac{S_i}{N_i} = \frac{3.2 \times 10^{-4}}{10^{-4}} = 3.2$$

(1) 由教材式(6-27),代入具体数值,可求得 2ASK 相干接收时的误比特率为

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) = Q(\sqrt{1.6}) = Q(1.26) = 1.04 \times 10^{-1}$$

(2) 对 2PSK 调制,由教材式(6-53)可知,相干接收时误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{2r}) = Q(\sqrt{6.4}) = Q(2.53) = 5.7 \times 10^{-3}$$

6.13 已知发送载波幅度 $A=10\text{V}$,在 4kHz 带宽的电话信道中分别利用 ASK,FSK 及 PSK 系统进行传输,信道衰减为 1dB/km,$n_0=10^{-8}\text{W/Hz}$,若采用相干解调,试求解以下问题:

(1) 误比特率都确保在 10^{-5} 时,各种传输方式分别传送多少公里?

(2) 若 ASK 所用载波幅度 $A_{\text{ASK}}=20\text{V}$,并分别是 FSK 和 PSK 的$\sqrt{2}$倍和 2 倍,重做(1)。

解 (1) 由题目条件可知,传输带宽为

$$B = 4(\text{kHz})$$

所以接收端噪声功率为

$$N = n_0 B = 10^{-8} \times 4 \times 10^3 = 4 \times 10^{-5}(\text{W})$$

在载波幅度相同的条件下,对于 ASK、FSK、PSK 调制,发送端已调信号的峰值功率都可表示为

$$S = \frac{A^2}{2} = 50(\text{W})$$

① 对于 ASK 调制,由教材式(6-27)和题目条件可知,相干 ASK 的误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{r_{\text{ASK}}/2}) = 1 \times 10^{-5}$$

查教材附录表 B-2,可求得

$$r_{\text{ASK}} = 36.13$$

可求出接收信号的功率为

$$S_{ASK}=r_{ASK}\cdot N$$
$$=36.13\times4\times10^{-5}=1.45\times10^{-3}(\mathrm{W})$$

设信道的总衰减量为 α_{ASK}，则有

$$\alpha_{ASK}=10\lg\frac{S}{S_{ASK}}=10\lg\frac{50}{1.45\times10^{-3}}=45.4(\mathrm{dB})$$

由于信道衰减为1dB/km，所以用ASK系统进行传输时可以传输45.4km。

② 由教材附录式(6-42)和题目条件可知，相干FSK的误比特率为

$$P_b=Q(\sqrt{r_{FSK}})=10^{-5}$$

查教材附录表B-2，可求得

$$r_{FSK}=18.06$$

可求出接收信号的功率为

$$S_{FSK}=r_{FSK}\cdot N=18.06\times4\times10^{-5}=7.22\times10^{-4}(\mathrm{W})$$

设信道的总衰减量为 α_{FSK}，有

$$\alpha_{FSK}=10\lg\frac{S}{S_{FSK}}=10\lg\frac{50}{7.22\times10^{-4}}=48.4(\mathrm{dB})$$

由于信道衰减为1dB/km，所以用FSK系统进行传输时可以传输48.4km。

③ 由教材式(6-53)和题目条件可知，相干PSK的误比特率为

$$P_b=Q(\sqrt{2r_{PSK}})=10^{-5}$$

查教材附录表B-2，可求得

$$r_{PSK}=9.03$$

可求出接收信号的功率为

$$S_{PSK}=r_{PSK}\cdot N$$
$$=9.03\times4\times10^{-5}=3.61\times10^{-4}(\mathrm{W})$$

设信道的总衰减量为 α_{PSK}，有

$$\alpha_{PSK}=10\lg\frac{S}{S_{PSK}}=10\lg\frac{50}{3.61\times10^{-4}}=51.4(\mathrm{dB})$$

由于信道衰减为1dB/km，所以用PSK系统进行传输时可以传输51.4km。

(2) 由题目条件可知

$$A_{ASK}=\sqrt{2}A_{FSK}=2A_{PSK}=20(\mathrm{V})$$

由此可知，ASK、FSK、PSK调制下发送端已调信号的峰值功率分别为

$$S_{ASK1}=\frac{1}{2}A_{ASK}^2=\frac{1}{2}\times 20^2=200(\mathrm{W})$$

$$S_{FSK1}=\frac{1}{2}A_{FSK}^2=\frac{1}{2}\times\left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2=100(\mathrm{W})$$

$$S_{PSK1}=\frac{1}{2}A_{PSK}^2=\frac{1}{2}\times\left(\frac{20}{2}\right)^2=50(\mathrm{W})$$

在误比特率不变的条件下，接收信噪比不变，由题目条件可知，接收噪声功率不变，因此接收端信号功率不变，根据(1)的结果，ASK、FSK、PSK调制下信道的总衰减量分别为

$$\alpha_{ASK1}=10\lg\frac{S_{ASK1}}{S_{ASK}}=10\lg\frac{200}{1.45\times 10^{-3}}=51.4(\mathrm{dB})$$

$$\alpha_{FSK1}=10\lg\frac{S_{FSK1}}{S_{FSK}}=10\lg\frac{100}{7.22\times 10^{-4}}=51.4(\mathrm{dB})$$

$$\alpha_{PSK1}=10\lg\frac{S_{PSK1}}{S_{PSK}}=10\lg\frac{50}{3.61\times 10^{-3}}=51.4(\mathrm{dB})$$

由此可知，用ASK、FSK、PSK系统进行传输的传输距离都为51.4km。

6.14　在相同误比特率时，分别按接收机所需的最低峰值信号功率和平均信号功率对2ASK、2FSK和2PSK进行比较、排序。

解　由教材式(6-27)，教材式(6-42)和教材式(6-53)可知，2ASK、2FSK和2PSK调制的系统误比特率公式分别为

$$P_{b,2ASK}=Q(\sqrt{r_{2ASK}/2})$$

$$P_{b,2FSK}=Q(\sqrt{r_{2FSK}})$$

$$P_{b,2PSK} = Q(\sqrt{2r_{2PSK}})$$

其中，r_{2ASK}、r_{2FSK}和 r_{2PSK}分别为 2ASK、2FSK 和 2PSK 的接收峰值信噪比。表达式分别为

$$r_{2ASK} = \frac{A_{2ASK}^2}{2\sigma^2} = \frac{S_{2ASK}}{\sigma^2}$$

$$r_{2FSK} = \frac{A_{2FSK}^2}{2\sigma^2} = \frac{S_{2FSK}}{\sigma^2}$$

$$r_{2PSK} = \frac{A_{2PSK}^2}{2\sigma^2} = \frac{S_{2PSK}}{\sigma^2}$$

其中，S_{2ASK}、S_{2FSK}和 S_{2PSK}分别为 2ASK、2FSK 和 2PSK 的接收峰值信号功率。

在相同的误比特率条件下，有 $P_{b,2ASK} = P_{b,2FSK} = P_{b,2PSK}$，可知

$$Q\left(\sqrt{\frac{r_{2ASK}}{2}}\right) = Q(\sqrt{r_{2FSK}}) = Q(\sqrt{2r_{2PSK}})$$

所以接收机所需的最低接收峰值信噪比的关系为

$$\frac{r_{2ASK}}{2} = r_{2FSK} = 2r_{2PSK}$$

即峰值信噪比的比值为

$$r_{2ASK} : r_{2FSK} : r_{2PSK} = 4 : 2 : 1$$

接收机峰值信号功率的比值为

$$S_{2ASK} : S_{2FSK} : S_{2PSK} = 4 : 2 : 1$$

设$\overline{S}_{2ASK}$、$\overline{S}_{2FSK}$、$\overline{S}_{2PSK}$分别为 2ASK、2FSK 和 2PSK 调制的接收端平均信号功率，则接收端峰值信号功率和平均信号功率的关系分别为

$$\overline{S}_{2ASK} = \frac{1}{2}S_{2ASK}, \quad \overline{S}_{2FSK} = S_{2FSK}, \quad \overline{S}_{2PSK} = S_{2PSK}$$

所以接收机所需的最低平均信号功率的比值为

$$\overline{S}_{2ASK} : \overline{S}_{2FSK} : \overline{S}_{2PSK} = 2 : 2 : 1$$

6.15 已知码元传输速率 $R_s = 10^3$ baud,接收机输入噪声双边功率谱密度 $n_0/2 = 10^{-10}$ W/Hz,如果要求误比特率 $P_b < 10^{-5}$,试分别计算相干2ASK、非相干2FSK、差分相干2DPSK以及相干2PSK系统所要求的输入信号最大功率,并对计算结果进行比较。

解 由教材式(6-27)和题目条件可知,相干接收的2ASK误比特率为

$$P_{b,2ASK} = Q(\sqrt{r_{2ASK}/2}) < 10^{-5}$$

查教材附录表B-2,可求得输出峰值信噪比为

$$r_{2ASK} = 36.13$$

解调器输入的峰值信噪比为

$$r_{2ASK} = \frac{S_{2ASK}}{\sigma^2}$$

其中

$$\sigma^2 = n_0 B = n_0 \times 2R_s$$

相干接收2ASK系统所要求的输入信号最大功率为

$$\begin{aligned} S_{2ASK} &= r_{2ASK}\sigma^2 = r_{2ASK} n_0 \times 2R_s \\ &= 36.13 \times 2 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^3 \\ &= 1.45 \times 10^{-5} \text{(W)} \end{aligned}$$

由教材式(6-48)和题目条件可知,非相干接收2FSK的误比特率为

$$P_{2FSK} \approx \frac{1}{2} e^{-r_{2FSK}/2} < 10^{-5}$$

取

$$P_{2FSK} \approx \frac{1}{2} e^{-r_{2FSK}/2} = 10^{-5}$$

可求得输出峰值信噪比为

$$r_{2FSK} = -2 \times \ln(2 \times 10^{-5}) = 21.67$$

非相干接收 2FSK 系统所要求的输入信号最大功率为

$$\begin{aligned} S_{2\text{FSK}} &= r_{2\text{FSK}}\sigma^2 = r_{2\text{FSK}} n_0 \times 2R_s \\ &= 21.67 \times 2 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^3 \\ &= 8.66 \times 10^{-6}(\text{W}) \end{aligned}$$

由教材式(6-54)和题目条件可知，差分相干 2DPSK 的误比特率为

$$P_{2\text{DPSK}} \approx \frac{1}{2}\text{e}^{-r_{2\text{DPSK}}} < 10^{-5}$$

取

$$P_{2\text{DPSK}} \approx \frac{1}{2}\text{e}^{-r_{2\text{DPSK}}} = 10^{-5}$$

可求得输出峰值信噪比为

$$r_{2\text{DPSK}} = -\ln(2 \times 10^{-5}) = 10.82$$

差分相干接收 2DPSK 系统所要求的输入信号最大功率为

$$\begin{aligned} S_{2\text{DPSK}} &= r_{2\text{DPSK}} n_0 \times 2R_s \\ &= 10.82 \times 2 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^3 \\ &= 4.33 \times 10^{-6}(\text{W}) \end{aligned}$$

由教材式(6-53)和题目条件可知，相干 2PSK 误比特率为

$$P_{2\text{PSK}} = Q(\sqrt{2r_{2\text{PSK}}}) < 10^{-5}$$

查教材附录表 B-2，可求得输出峰值信噪比为

$$r_{2\text{PSK}} = 9.03$$

相干接收 2PSK 系统所要求的输入信号最大功率为

$$\begin{aligned} S_{2\text{PSK}} &= r_{2\text{PSK}} n_0 \times 2R_s \\ &= 9.03 \times 2 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^3 \\ &= 3.7 \times 10^{-6}(\text{W}) \end{aligned}$$

讨论：由计算结果可知，要达到相同的误比特率，相干接收 2ASK 系统所要求的输入信号最大功率最大，其次分别是非相干接收 2FSK 系统和差分相干接收 2DPSK 系统；相干接收 2PSK 系统所要求的输入信号最大功率最小。

6.16　已知矩形脉冲波形 $p(t) = A[U(t) - U(t-T)]$，$U(t)$为阶跃函数。

(1) 求匹配滤波器的冲激响应；

(2) 求匹配滤波器的输出波形;

(3) 在什么时刻输出可以达到最大值? 并求最大值。

解 (1) 由题目条件可求 $p(t)$对应的匹配滤波器冲激响应为

$$h(t)=A[U(t)-U(t-T)]$$

(2) 匹配滤波器的输出波形 $y(t)$为

$$y(t)=h(t)*p(t)=\begin{cases}A^2t, & 0\leqslant t<T\\ A^2(2T-t), & T\leqslant t\leqslant 2T\end{cases}$$

(3) 根据(2)的结果,当 $t=T$ 时输出达到最大,输出最大值为

$$y_{\max}=y(T)=A^2T$$

6.17 设高斯白噪声的单边功率谱密度为 $n_0/2$,设计图题 6-17 中$s(t)$的匹配滤波器。

(1) 画出 $s(t)$的匹配滤波器的冲激响应波形;

(2) 求出匹配滤波器的最大输出信噪比。

解 (1) 根据题目条件,$s(t)$可表示为

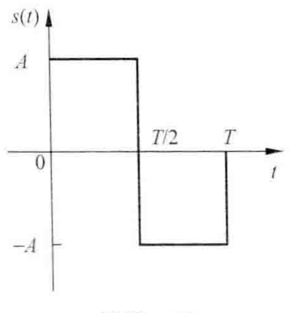
$$s(t)=A\left[U(t)-2U\left(t-\frac{T}{2}\right)+U(t-T)\right]$$

其中,$U(t)$为单位阶跃函数。

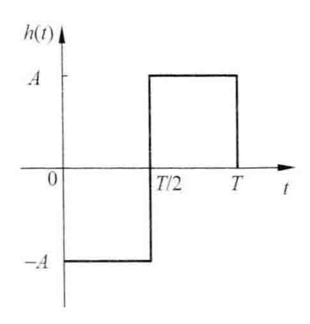
相应的匹配滤波器冲激响应为

$$h(t)=-A\left[U(t)-2U\left(t-\frac{T}{2}\right)+U(t-T)\right]$$

波形如图题解 6-17 所示。



图题 6-17



图题解 6-17

(2) 输入信号 $s(t)$的能量为

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^T s^2(t)\,\mathrm{d}t = A^2 T$$

由教材式(6-72)可知，匹配滤波器的最大输出信噪比为

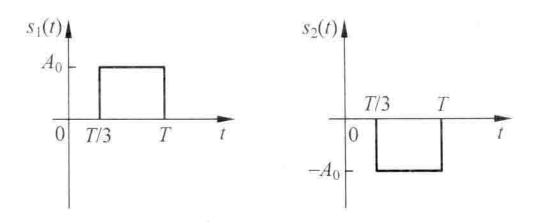
$$\mathrm{SNR} = \frac{2E_s}{n_0} = \frac{2A^2 T}{n_0}$$

6.18　在数字通信系统中，设到达接收机输入端的二进制信号 $s_1(t)$和 $s_2(t)$的波形如题图 6-18 所示，输入噪声双边功率谱密度为 $n_0/2$：

(1) 画出匹配滤波器形式的最佳接收机结构；

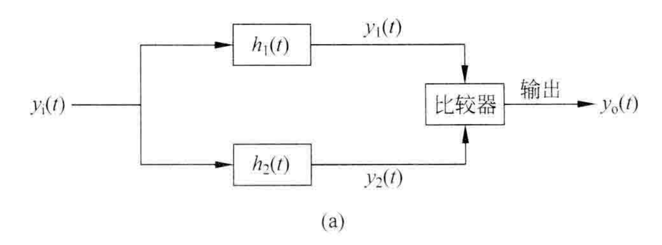
(2) 确定匹配滤波器的单位冲激响应及可能的输出波形；

(3) 求系统的误码率。



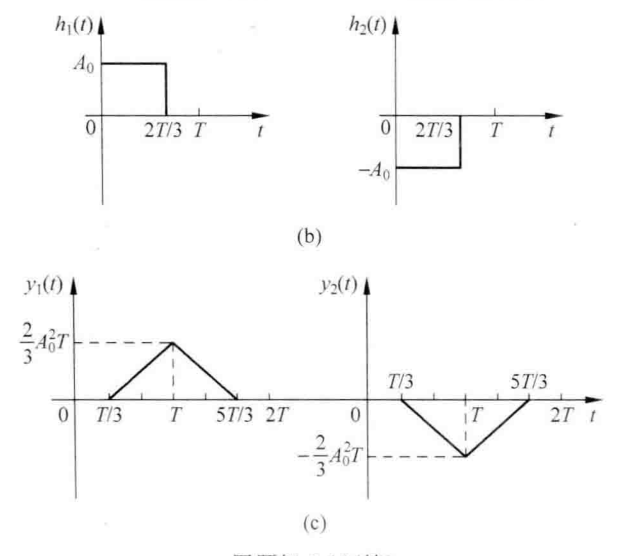
题图 6-18

解　(1) 由题目条件可知输入信号 $s_1(t)$和 $s_2(t)$的波形不同，所以匹配滤波器形式的最佳接收机结构框图如图题解 6-18(a)所示。



(a)

图题解 6-18



图题解 6-18(续)

(2) 设 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 对应的匹配滤波器冲激响应分别为 $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$，由题目条件，用画图法可画出 $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 的波形如图题解 6-18(b)所示。

相应的匹配滤波器冲激响应 $h_1(t)$ 和 $h_2(t)$ 的表达式为

$$h_1(t) = A_0\left[U(t) - U\left(t - \frac{2T}{3}\right)\right]$$

$$h_2(t) = -A_0\left[U(t) - U\left(t - \frac{2T}{3}\right)\right]$$

可能的输出信号表达式为

$$y_1(t) = h_1(t) * s_1(t) = \begin{cases} A_0^2\left(t - \frac{T}{3}\right), & \frac{T}{3} \leqslant t < T \\ A_0^2\left(\frac{5T}{3} - t\right), & T \leqslant t < \frac{5T}{3} \end{cases}$$

$$y_2(t) = h_2(t) * s_1(t) = \begin{cases} -A_0^2\left(t - \frac{T}{3}\right), & \frac{T}{3} \leqslant t < T \\ -A_0^2\left(\frac{5T}{3} - t\right), & T \leqslant t < \frac{5T}{3} \end{cases}$$

$$y_3(t)=h_1(t)*s_2(t)=\begin{cases}-A_0^2\left(t-\frac{T}{3}\right), & \frac{T}{3}\leqslant t<T\\ -A_0^2\left(\frac{5T}{3}-t\right), & T\leqslant t<\frac{5T}{3}\end{cases}=y_2(t)$$

$$y_4(t)=h_2(t)*s_2(t)=\begin{cases}A_0^2\left(t-\frac{T}{3}\right), & \frac{T}{3}\leqslant t<T\\ A_0^2\left(\frac{5T}{3}-t\right), & T\leqslant t<\frac{5T}{3}\end{cases}=y_1(t)$$

相应的输出波形如图题解6-18(c)所示。

(3) 由题目条件可求出码元平均功率 E_b 为

$$E_b=E_{s1}=E_{s2}=\int_{T/3}^{T}A_0^2\mathrm{d}t=\frac{2}{3}A_0^2T$$

由教材式(6-92)可知,发送信号 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的相关系数 ρ 为

$$\rho=\frac{\int_0^T s_2(t)s_1(t)\mathrm{d}t}{\sqrt{E_{s1}E_{s2}}}=\frac{\int_{T/3}^{T}-A_0^2\mathrm{d}t}{\frac{2}{3}A_0^2T}=-1$$

由教材式(6-94)可知,系统的误码率(即误比特率,二进制时相同)P_s 为

$$P_s=Q\left[\sqrt{\frac{E_b}{n_0}(1-\rho)}\right]=Q\left(\sqrt{\frac{4A_0^2T}{3n_0}}\right)$$

6.19 2PSK信号可表示为

$$\begin{cases}s_1(t)=A\cos(\omega t), & 0\leqslant t\leqslant T_b\\ s_2(t)=-A\cos(\omega t), & 0\leqslant t\leqslant T_b\end{cases}$$

其中,T_b 为二进制符号间隔。信号在传输过程中受加性高斯白噪声干扰,噪声的均值为0,双边功率谱密度为 $n_0/2$,$s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 等概出现。

(1) 求2PSK两信号的互相关系数 ρ 和平均比特能量 E_b;

(2) 画出用相关器实现2PSK最佳接收的系统框图;

(3) 写出用相关器实现2PSK最佳接收的平均误比特率

公式。

解　(1) 设 $s_1(t)$,$s_2(t)$的符号能量分别为 E_{s1},E_{s2},则

$$E_{s1}=\int_0^T s_1^2(t)\mathrm{d}t=\int_0^T A^2\cos^2(\omega t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}A^2T$$

$$E_{s2}=\int_0^T s_2^2(t)\mathrm{d}t=\int_0^T A^2\cos^2(\omega t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}A^2T$$

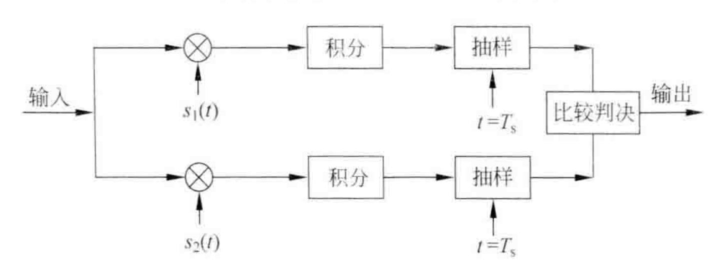
所以平均比特能量

$$E_b=\frac{E_{s1}+E_{s2}}{2}=E_{s1}=\frac{1}{2}A^2T$$

设两信号的互相关系数为 ρ,则

$$\rho=\frac{\int_0^T s_1(t)s_2(t)\mathrm{d}t}{\sqrt{E_{s1}E_{s2}}}=\frac{\int_0^T -A^2\cos^2(\omega t)\mathrm{d}t}{\frac{1}{2}A^2T}=-1$$

(2) 相关接收系统框图如图题解 6-19 所示。



图题解 6-19

(3) 由教材式(6-94)可知,用相关器实现 2PSK 最佳接收的平均误比特率为

$$P_b=Q\left[\sqrt{\frac{E_b}{n_0}(1-\rho)}\right]=Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}}\right)$$

6.20　一个使用匹配滤波器接收的 ASK 系统,在信道上发送的峰值电压为 5V,信道的损耗未知。如果接收端的白噪声功率谱密度 $n_0=6\times10^{-18}$ W/Hz,比特间隔的持续时间为 0.5μs,

该系统的误比特率 $P_b=10^{-4}$，试求信道的功率损耗为多少？

解　由教材式(6-27)和题目条件可知，相干 ASK 的误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{r/2}) = 10^{-4}$$

其中，r 为接收端峰值信噪比。查教材附录表 B-2，可求得

$$r = 27.38$$

解调器输入的峰值信噪比为

$$r = \frac{A_R^2}{2\sigma^2}$$

由此可求得接收端信号幅度 A_R 为

$$A_R = \sqrt{2\sigma^2 r} = \sqrt{2n_0 Br} = \sqrt{2n_0 \frac{2}{T_s} r} = 3.62 \times 10^{-5}(\text{V})$$

由题目条件可知，发送信号的峰值电压为

$$A_T = 5(\text{V})$$

所以信道的功率损耗 η 为

$$\eta = 20\lg\left(\frac{A_T}{A_R}\right) = 20\lg\left(\frac{5}{3.62 \times 10^{-5}}\right) = 108.4(\text{dB})$$

6.21　在使用匹配滤波器接收的 2PSK 系统中，数字信号为 PCM 信号。若误比特率 $P_b=10^{-7}$，2PSK 信号的幅度 $A=10\text{V}$，在白噪声功率密度谱 $n_0=3.69\times10^{-7}\text{W/Hz}$ 的信道上传输，求码元速率是多少？如果消息信号的频率范围 $B=5\times10^3\text{Hz}$，按奈奎斯特频率抽样，并采用 5bit PCM 编码（为非归零码），试问采用时分多路复用时可以通多少路消息信号。

解　在使用匹配滤波器接收的 2PSK 系统中，由教材式(6-102)可知，误比特率表达式为

$$P_b = Q(\sqrt{2E_b/n_0})$$

其中，E_b 为单个码元内的平均能量，为

$$E_b = \frac{A^2 \cdot T}{2} = \frac{A^2}{2R_s}$$

题目条件要求达到 $P_b=10^{-7}$，查教材附录表 B-2，可知至少需要满足下式

$$\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}}=5.20$$

所以有

$$\frac{2E_b}{n_0}=\frac{2A^2}{2R_s}\times\frac{1}{n_0}=5.20^2=27.04$$

由此可求得码元速率为

$$R_s=\frac{A^2}{n_0}\times\frac{1}{27.04}=10(\text{Mbaud})$$

假设采用时分多路复用时可通 l 路消息信号，设 n 为 PCM 编码比特数，则有

$$B\cdot l\cdot 2n=R_s$$

由此可得

$$l=\frac{R_s}{2Bn}=\frac{10\times10^6}{2\times5\times10^3\times5}=200(\text{路})$$

可以通 200 路消息信号。

6.22　在高频信道上使用 ASK 方式传输二进制数据，传输速率为 4.8×10^6 bit/s，接收机输入的载波幅度 $A=1$mV，信道噪声功率谱密度 $n_0=10^{-15}$ W/Hz。

(1) 求相干和非相干接收机的误比特率 P_b；

(2) 如果采用匹配滤波器的最佳接收，求最佳相干和最佳非相干的 P_b。

解　(1) 由教材式(6-27)可知，ASK 调制相干接收的误比特率表达式为

$$P_b=Q(\sqrt{r/2})$$

其中，r 为接收端输入信号峰值信噪比，表达式为

$$r=\frac{A^2}{2\sigma^2}$$

其中，σ^2 为接收端信道噪声平均功率，表达式为

$$\sigma^2 = n_0 \cdot B = n_0 \cdot 2R_b$$

代入数值可求得

$$r = \frac{A^2}{2\sigma^2} = \frac{A^2}{2n_0 \times 2R_b} = \frac{(1 \times 10^{-3})^2}{2 \times 10^{-15} \times 2 \times 4.8 \times 10^6} = 52.08$$

所以相干接收条件下的误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{r/2}) = Q(\sqrt{52.08/2}) = Q(5.10) = 1.7 \times 10^{-7}$$

由教材式(6-35) 可知，ASK 调制非相干接收的误比特率为

$$P_b \approx \frac{1}{2}e^{-\frac{r}{4}} = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}\times 52.08} = \frac{1}{2}e^{-13.02} = 1.11 \times 10^{-6}$$

（2）由教材式(6-99) 可知，ASK 调制最佳相干接收的误比特率表达式为

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}}\right)$$

其中，E_b 是码元平均能量，表达式为

$$E_b = \frac{A^2 T}{4} = \frac{A^2}{4R_b}$$

代入数值可求得

$$\frac{E_b}{n_0} = \frac{A^2}{4n_0 R_b} = \frac{(1 \times 10^{-3})}{4 \times 10^{-15} \times 4.8 \times 10^6} = 52.08$$

所以 ASK 调制最佳相干接收条件下的误比特率为

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}}\right) = Q(\sqrt{52.08}) = Q(7.22) = 2.66 \times 10^{-13}$$

由教材式(6-111)可知，ASK 调制非相干接收条件下误比特率为

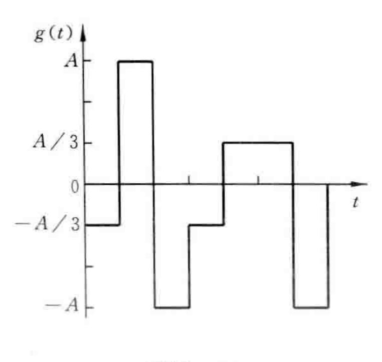
$$\begin{aligned} P_b &= \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{2n_0}\right) \\ &= \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{1}{2} \times 52.08\right) \\ &= \frac{1}{2}e^{-26.04} = 2.45 \times 10^{-12} \end{aligned}$$

6.23　基带数字信号 $g(t)$ 如图题6-23所示。

(1) 试画出 MASK 的时域波形；

(2) 试大略画出 MFSK 的时域波形；

(3) 若图示 $g(t)$ 波形直接作为调制信号进行 DSB 模拟调幅，已调波形是什么？与(1)的结果有何不同？

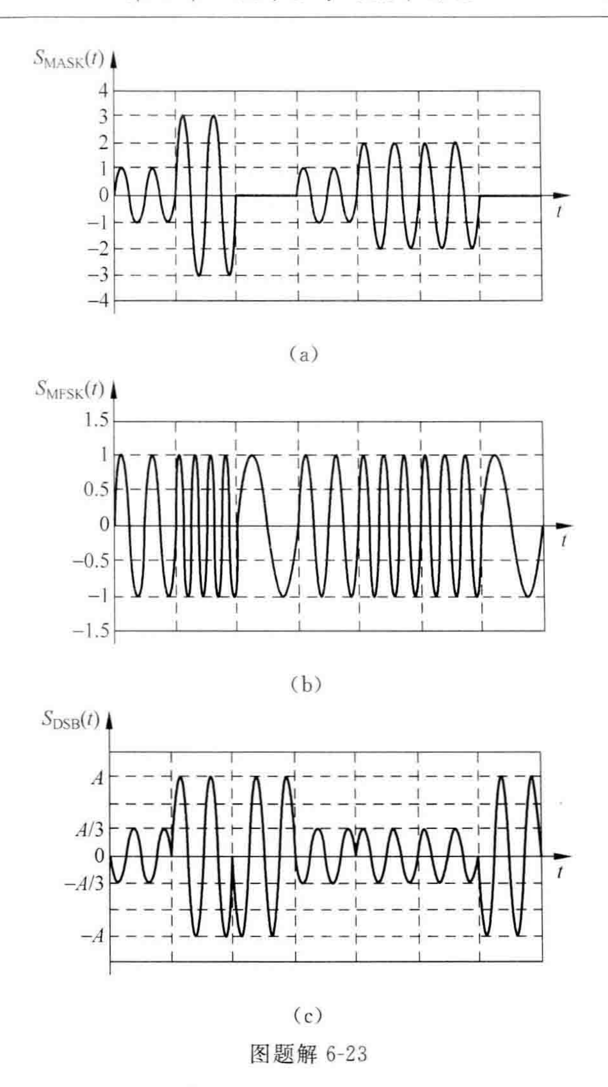


图题 6-23

解　(1) 由题目条件可知基带数字信号码形有4个不同幅度，设当基带数字信号波形幅度为 A、$A/3$、$-A/3$、$-A$ 时，对应的 MASK 信号幅度分别为3、2、1、0，由此可画出 MASK 信号波形图如图题解6-23(a)所示。

(2) 当基带数字信号波形幅度有4种时，对应的 MFSK 信号有4种频率。设基带数字信号波形幅度为 A、$A/3$、$-A/3$、$-A$ 时，单个码元周期内分别有4、3、2、1个载波周期，由此可画出 MASK 调制信号波形图如图题解6-23(b)所示。

(3) 用给定信号进行 DSB 模拟调幅，调制后的波形如图题解6-23(c)所示。由图可知，MASK 信号波形有4种幅度，而 DSB 模拟调幅信号波形有2种幅度，载波相位不连续。在基带信号过零点处载波发生相位翻转。



图题解 6-23

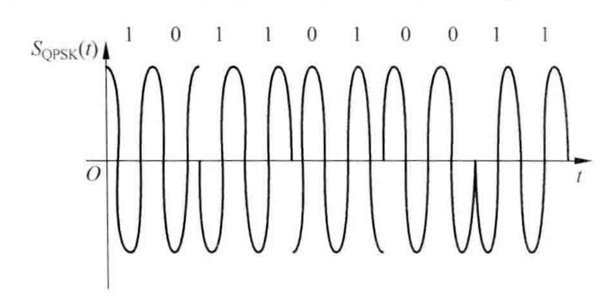
6.24　待传送二元数字序列 $\{a_k\}$=1011010011。

(1) 试画出 QPSK 信号波形。假定载频 $f_0=R_b=1/T$，4 种双比特码 00，10，11，01 分别用相位偏移 0，$\pi/2$，π，$3\pi/2$ 的振

荡波形表示。

(2) 写出 QPSK 信号表达式。

解　(1) QPSK 信号波形图如图题解 6-24 所示。



图题解 6-24

(2) QPSK 信号表达式为

$$s_{QPSK}(t)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos(\omega_c t+\varphi_i),\quad i=0,1,2,3$$

根据题目条件,设 a_n 为输入双比特码,则有

当 $a_n=00$ 时,$\varphi_0=0$

$$s_{QPSK}(t)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos(\omega_c t+0)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos\omega_c t$$

当 $a_n=10$ 时,$\varphi_1=\frac{\pi}{2}$

$$s_{QPSK}(t)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos\left(\omega_c t+\frac{\pi}{2}\right)=-\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\sin\omega_c t$$

当 $a_n=11$ 时,$\varphi_2=\pi$

$$s_{QPSK}(t)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos(\omega_c t+\pi)=-\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos\omega_c t$$

当 $a_n=01$ 时,$\varphi_3=\frac{3\pi}{2}$

$$s_{QPSK}(t)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos\left(\omega_c t+\frac{3\pi}{2}\right)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\sin\omega_c t$$

6.25　已知电话信道可用的信号传输频带为 600～3000Hz，取载频为 1800Hz，试说明：

(1) 采用 $\alpha=1$ 升余弦滚降基带信号时，QPSK 调制可以传输 2400bit/s 数据；

(2) 采用 $\alpha=0.5$ 升余弦滚降基带信号时，8PSK 调制可以传输 4800bit/s 数据。

解　(1) 电话信道的传输带宽为 600～3000Hz，载频 $f_c=1800\text{Hz}$，所以信道可用带宽为

$$B = 3000 - 600 = 2400(\text{Hz})$$

采用 $\alpha=1$ 升余弦滚降基带信号时，QPSK 调制的频带利用率为

$$\eta_{\text{QPSK}} = \frac{1}{1+\alpha}\log_2 4 = \frac{1}{1+1}\times 2 = 1(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

信息传输速率 $R_b=2400\text{bit/s}$ 时所需的传输带宽为

$$B_{\text{QPSK}} = \frac{R_b}{\eta_{\text{QPSK}}} = \frac{2400}{1} = 2400(\text{Hz})$$

则

$$B_{\text{QPSK}} = B$$

所以采用 $\alpha=1$ 升余弦滚降基带信号时，QPSK 调制可以传输速率 2400bit/s 数据。

(2) 采用 $\alpha=0.5$ 升余弦滚降基带信号时，8PSK 调制的频率利用率为

$$\eta_{\text{8PSK}} = \frac{1}{1+\alpha}\log_2 8 = \frac{1}{1+0.5}\times 3 = 2(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

传输速率 $R_b=4800\text{bit/s}$ 时所需的传输带宽为

$$B_{\text{8PSK}} = \frac{R_b}{\eta_{\text{8PSK}}} = \frac{4800}{2} = 2400(\text{Hz})$$

则

$$B_{\text{QPSK}} = B$$

所以采用 $\alpha=0.5$ 升余弦滚降基带信号时，8PSK 调制可以传输

4800bit/s 数据。

6.26　采用 8PSK 调制传输 4800bit/s 数据：

(1) 最小理论带宽是多少？

(2) 若传输带宽不变，而数据率加倍，则调制方式应作何改变？

(3) 若调制方式不变，而数据率加倍，为达到相同误比特率，发送功率应作何变化？

解　(1) 当采用理想低通信号时，8PSK 调制的频带利用率为

$$\eta_{8PSK} = \log_2 8 = 3(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

传输速率 R_b=4800bit/s 时所需的最小理论带宽为

$$B = \frac{R_b}{\eta_{8PSK}} = \frac{4800}{3} = 1600(\text{Hz})$$

(2) 若传输带宽 B 不变，而数据速率 R_b 加倍，则频带利用率加倍。

设此时应采用 M 进制调制方式，则有

$$\eta_M = \log_2 M = 2\eta_{8PSK} = 6(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

所以

$$M = 2^6 = 64$$

应采用 64QAM 调制方式。

(3) 若调制方式不变，则频带利用率 η_{8PSK} 不变，而数据速率 R_b 加倍，即数据速率为

$$R_{b1} = 2R_b = 9600(\text{bit/s})$$

此时传输所需带宽为

$$B_1 = \frac{R_{b1}}{\eta_{8PSK}} = \frac{9600}{3} = 3200(\text{Hz})$$

可知传输带宽 B 加倍，此时接收端信道噪声功率 N_i 为

$$N_i = n_0 B = 2n_0 B_1$$

说明接收端噪声功率 N_i 也加倍。

为达到相同的误比特率，要求接收机输入信噪比S_i/N_i不变，所以接收端信号功率 S_i 需加倍。由于信道特性不变，要使接收端信号功率加倍，必须使发送功率加倍。

6.27　现有速率为 4000bit/s 的二元基带数字信号，要求通过频带为 300～3400Hz 的信道实现传输，试设计发送电路的系统模型并标明基本参数。

解　设信道带宽为 B，则由题目条件，可求得信道带宽为

$$B = 3400 - 300 = 3100(\text{Hz})$$

设频带利用率为 η，传输速率为 R_b，由题目条件

$$R_b = 4000(\text{bit/s})$$

可求得频带利用率为

$$\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{4000}{3100} = 1.29(\text{bit/(s·Hz)})$$

根据题目所给条件，系统模型设计方案需满足以下条件：

(1) 传输的信息速率 R_b 等于 4000bit/s；

(2) 信息频带利用率 η 不小于 1.29bit/(s·Hz)；

(3) 传输所要求的信道带宽 B 不大于 3100Hz。

根据以上条件，考虑系统模型设计方案为：发送端采用滚降系数为 $\alpha=0.5$ 的升余弦滤波器，进行 QPSK 调制。则系统模型设计方案对应的信息频带利用率为

$$\eta_1 = \frac{R_b}{B} = \frac{1}{1+\alpha}\log_2 4 = \frac{1}{1+0.5}\times 2 = 1.33(\text{bit/(s·Hz)})$$

满足

$$\eta_1 > \eta$$

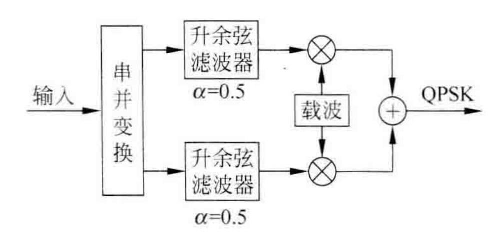
传输所需信道带宽为

$$B_1 = \frac{R_b}{\eta_1} = \frac{4000}{1.33} = 3000(\text{Hz})$$

满足

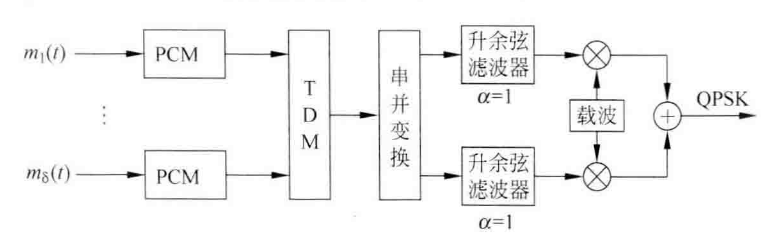
$$B_1 < B$$

满足题目给定的限制条件,本设计可行。系统模型如图题解 6-27 所示。



图题解 6-27

6.28 一个数字传输系统示意图如图题 6-28 所示。8 路最高频率为 f_H 的模拟信号经过 8bit 的 PCM 编码后进行时分复用传输,由于信道带宽受限,时分复用后的信号选择 QPSK 调制后进行传输。现已知 QPSK 信号的传输速率为 960kbit/s,求无码间串扰下每路模拟信号的最高频率 f_H。



图题 6-28

解 由题目条件可知,QPSK 信号的传输速率为 $R_{QPSK}=960$kbit/s,所以 QPSK 信号的两个支路信号传输速率分别为

$$R_I = R_Q = \frac{1}{2}R_{QPSK} = 480(\text{kbit/s})$$

由于采用 $\alpha=1$ 的升余弦滤波器,则两个支路的传输带宽分别为

$$B_I = B_Q = \frac{R_b}{\eta} = R_b(1+\alpha) = 2 \times 480 = 960(\text{kHz})$$

根据奈奎斯特准则，对最高频率为 f_H 的模拟信号进行抽样至少需要 $2f_H$ 的抽样频率。对 8 路信号分别进行 8bit 的 PCM 编码后进行时分复用传输，需要的传输带宽为

$$B = 8 \times 8 \times 2f_H = 128f_H$$

为满足无码间串扰下传输，必须满足

$$B_I + B_Q \geqslant B = 128f_H$$

所以每路模拟信号的最高频率 f_H 满足

$$B_I + B_Q = 128f_H$$

可求得无码间串扰下每路模拟信号的最高频率 f_H 为

$$f_H = \frac{B_I + B_Q}{128} = \frac{2 \times 960}{128} = 7.5(\text{kHz})$$

第 7 章　现代数字调制技术

7.1　学习辅导

7.1.1　教学背景

第 6 章讨论了几种基本的数字调制技术原理。随着社会的发展，人们对通信的需求日益迫切，对通信的要求也越来越高。同时，通信的环境日益复杂，面临着各种干扰和电波传播影响。先进的调制技术应在低信噪比的情况下具有良好的误码性能，具有较强的抗多径衰落能力，占有较小的带宽，使用方便且成本低。随着各种数字调制方式的不断改进和发展，现代通信系统中出现了很多先进的数字调制技术。本章将主要介绍目前通信系统中常用的几种现代数字调制技术。

7.1.2　学习目标

(1) 明确现代调制技术的分类方法，列出具体分类情况。

(2) 说明偏移四相相移键控(OQPSK)和 π/4 四相相移键控(π/4-QPSK)的原理以及调制解调方法，比较和总结两者在原理和性能上的异同点。

(3) 总结最小频移键控(MSK)信号的特点，说明其正交性和相位连续性的含义，列出 MSK 信号的调制与解调方法，定性地分析功率谱特性。

(4) 说明高斯最小频移键控(GMSK)信号的性能和特点。

(5) 了解正交幅度(QAM)调制技术的性能和特点，解释星座图的含义，分析星座图与调制方案性能之间的关系。

（6）分析多载波调制技术的原理和特点，了解正交频分复用（OFDM）技术的原理与实现。

7.1.3　学习要点

1. 调制方式的分类

- 单载波调制和多载波调制
- 单载波调制实例：ASK、FSK 和 PSK；多载波调制实例：OFDM
- 恒定包络调制和非恒定包络调制
- 恒包络调制实例：OQPSK 和 MSK，非恒包络调制实例：ASK 和 QAM

2. 偏移四相相移键控（OQPSK）和 π/4 四相相移键控（π/4-QPSK）

- QPSK 信号包络过零引起频谱扩散过大的问题
- OQPSK 信号相对于 QPSK 信号的改进之处
- π/4 四相相移键控的特点

3. 最小频移键控（MSK）信号

- 最小频移键控信号的定义
- 信号正交性的含义
- 最小频移键控信号的特点

4. 高斯最小频移键控（GMSK）

- GMSK 对 MSK 调制方式的改进之处
- GMSK 的重要指标 BT_s 的含义
- 几种恒包络调制技术的功率谱比较与分析

5. 正交幅度调制（QAM）

- 定义和性能特点
- 星座图与欧氏距离的含义

6. 正交分频复用（OFDM）

- 多载波调制技术的定义和原理

• 正交分频复用的原理和实用化方法

7.1.4 学习难点

1. 恒包络调制技术的发展过程

(1) 从 QPSK 到 OQPSK 以及 π/4-QPSK

通过带限滤波处理后的 QPSK 信号会产生 180°的载波相位跳变,从而引起信号包络起伏,甚至出现包络为 0 的现象,导致其功率谱旁瓣增生和频谱扩散,增加了对相邻信道的干扰。

OQPSK 信号是在对 QPSK 做正交调制时,将正交分量 $Q(t)$的基带信号和同相分量 $I(t)$的基带信号在时间上相互错开半个码元间隔 $T_s/2$(1 个比特间隔),使得同相分量和正交分量不能同时发生变化,相邻一个比特信号的相位只可能发生±90°的变化,从而克服包络为 0 的现象。

π/4 四相相移键控(π/4-QPSK)是对 QPSK 和 OQPSK 的折中,它的最大相位改变为±45°或±135°,比 QPSK 最大跳变相位±180°小,从而改善了功率谱特性。在解调方式上,QPSK 和 OQPSK 只能用相干解调,而 π/4-QPSK 既可采用相干解调,也可采用非相干解调。即在采用差分编码后,π/4-QPSK 成为 π/4-DQPSK,从而可以使用差分检测。

(2) 从 2FSK 到 MSK 以及 GMSK

2FSK 信号的相位不一定连续,且两种波形也不一定严格正交。MSK 信号是一种包络恒定、相位连续、带宽最小并且严格正交的 2FSK 信号。GMSK 是对 MSK 的调制方式进行改进,在频率调制之前,用一个高斯型低通滤波器对基带信号进行预滤波,滤除高频分量,使得功率谱更加紧凑。

2. 非恒包络调制技术

正交幅度调制(QAM),主要通过幅度相位联合键控来提高频带利用率,通过提高系统的复杂度来获得通信系统中可靠性

与有效性的统一。通过分析星座图中的信号点之间的欧氏距离，可以比较不同调制方案的性能优劣。

3. 多载波调制与正交频分复用(OFDM)

多载波调制通过串/并变换来降低码速率，正交频分复用通过多个正交的子载波并行调制提高可靠性，采用离散傅里叶变换来具体实现简化了 OFDM 系统结构，使之趋于实用化。

7.1.5　学习后记

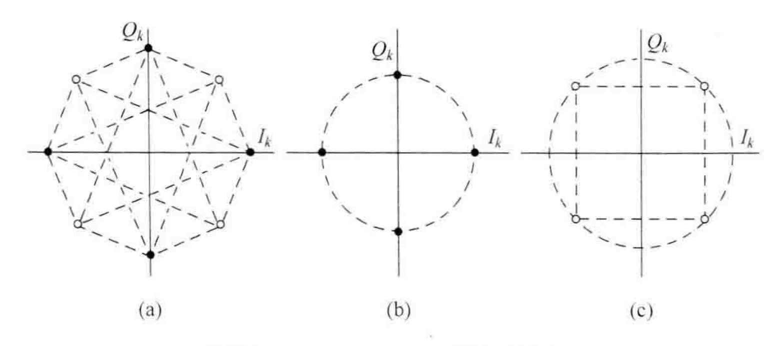
至此，我们已经学习了如何对模拟信号进行波形编码得到数字信息，如何用电信号表示这些数字信息并进行有效的传输。传输方式包括第 5 章讨论的数字信号的基带传输，第 6 章讨论的数字信号的调制(频带)传输以及本章中讨论的现代调制技术。下面，在第 8 章中我们将学习信道编码的知识，讨论如何对数字信号进行纠错编码，抵抗在传输过程干扰所造成的误码，从而保证数字通信系统的可靠性，满足用户对通信的高质量要求。

7.2　习题解答

7.1　什么是 $\pi/4$-QPSK？它与 QPSK 以及 OQPSK 有何异同？

解　$\pi/4$-QPSK 调制是对 OQPSK 和 QPSK 在最大相位变化上进行折中，是在 QPSK 和 OQPSK 基础上发展起来的，与 OQPSK 只有 4 个相位点不同，$\pi/4$-QPSK 信号已调信号的相位被均匀地分配为相距 $\pi/4$ 的 8 个相位点，如图题解 7-1(a)所示。8 个相位点被分为两组，分别用“·”和“∘”表示，如图题解 7-1(b)和(c)所示。如果能够使已调信号的相位在两组之间交替跳变，则相位跳变值就只能有 $\pm 45°$ 和 $\pm 135°$ 四种取值，这样就避免了 QPSK 信号相位突变 180°的现象。而且相邻码元间至少有 $\pi/4$

的相位变化，从而使接收机的时钟恢复和同步更容易实现。由于最大相移135°比QPSK的最大相移180°小45°，所以称为π/4-QPSK。



图题解7-1　π/4-QPSK信号的星座图

7.2　简要说明MSK信号与2FSK信号的异同点。

解　最小频移键控(MSK)是2FSK的改进，它是二进制连续相位频移键控的一种特殊情况。MSK信号与2FSK信号的异同点主要表现在：

(1) MSK信号与2FSK信号的包络都是恒定不变的，都是频移键控信号；

(2) MSK是调制指数为0.5的正交信号，频率偏移等于($\pm 1/4T_s$)Hz，而2FSK信号的两种波形不一定保证严格正交；

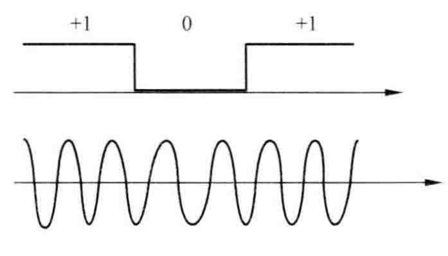
(3) MSK波形的相位在码元转换时刻是连续的，而用开关法产生的2FSK信号其相邻码元的载波波形的相位可能不连续。

7.3　设有某个MSK信号，其码元速率为1000baud，分别用频率f_1和f_0表示码元“1”和“0”。若$f_1=2500$Hz，试求其f_0应等于多少，并画出3个码元“101”的波形。

解　由题意可知码元速率$R_s=1000$baud，根据MSK信号的性质，有

$$f_0 = f_1 - 0.5R_s = 2500 - 500 = 2000(\text{Hz})$$

由于 $f_1/R_s=2.5$，$f_0/R_s=2$，可知码元“1”和“0”在一个码元周期内分别对应 2.5 和 2 个载波周期，由此画出“101”的波形，如图题解 7-3 所示。



图题解 7-3

7.4　GMSK 调制有何特点？

解　GMSK 调制是对 MSK 的调制方式进行改进，在频率调制之前，用一个高斯型低通滤波器对基带信号进行预滤波，滤除高频分量，使得功率谱更加紧凑。这样 GMSK 就具有功率谱更加集中的优点。

7.5　一个 GMSK 信号的 $BT_s=0.3$，码元速率 $R_s=270$kbaud，试计算高斯滤波器的 3dB 带宽 B。

解　由题意可知 $BT_s=0.3$，所以高斯滤波器的 3dB 带宽 B 为

$$B = 0.3R_s = 0.3 \times 270 \times 10^3 = 81(\text{kHz})$$

7.6　计算 64QAM 信号的信息频带利用率的理论最大值。

解　数字调制信号的码元频带利用率的理论最大值为

$$\eta_s = \frac{R_s}{B} = 1(\text{baud/Hz})$$

所以，MQAM 信号的信息频带利用率的理论最大值为

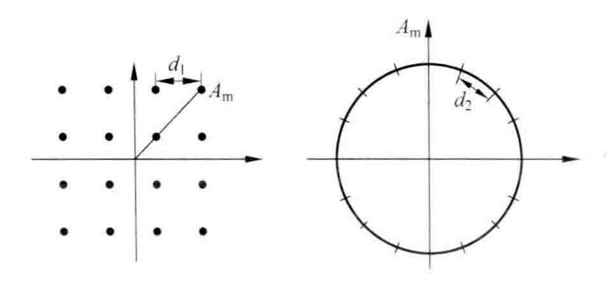
$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{R_s \log_2 M}{B} = \frac{\log_2 M}{1} = \log_2 M(\text{bit/(s·Hz)})$$

本题中 $M=64$，代入上式，求得

$$\eta_b = 6(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

7.7　假设已调信号的最大幅度为 A_m，分别计算16QAM方形星座图和16PSK星座图上信号点间的最小距离，并说明哪一种方式的抗干扰能力强。

解　16QAM方形星座图和16PSK星座图如图题解7-7所示。



图题解 7-7

设16QAM方形星座图和16PSK星座图上信号点间的最小距离分别为 d_1 和 d_2，且 $M=16$，由教材图7-3可知

$$d_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{M}-1}A_m = \frac{\sqrt{2}}{4-1}A_m = 0.47A_m$$

$$d_2 = 2A_m\sin\left(\frac{\pi}{M}\right) = 2A_m\sin\left(\frac{\pi}{16}\right) = 0.39A_m$$

显然，$d_1 > d_2$，所以方形16QAM的抗干扰能力强。

7.8　什么是多载波调制技术？它和OFDM有什么关系？

解　多载波调制技术是一种并行体制，它将高速率的数据序列经串/并变换后分割为若干路低速数据流，每路低速数据采用一个独立的载波进行调制，叠加在一起构成发送信号，在接收端用同样数量的载波对发送信号进行相干接收，获得低速率信息数据后，再通过并/串变换得到原来的高速信号。正交频分复用(OFDM)是一种多载波传输技术，它要求各子载波保持相互

正交。

7.9　简单说明OFDM的原理，并分析OFDM系统的频带利用率情况。

解　正交频分复用(OFDM)是一种多载波传输技术，它将高速率的数据序列经串/并变换后分割为若干路低速数据流，每路并行的低速数据采用相互正交的子载波进行调制，叠加在一起构成发送信号，在接收端用同样数量的载波对发送信号进行相干解调，获得低速率信息数据后，再通过并/串变换得到原来的高速信号。

由于OFDM信号由N个信号叠加而成，忽略旁瓣的功率，OFDM的频谱宽度为

$$B=(N-1)\frac{1}{T_s}+\frac{2}{T_s}=\frac{N+1}{T_s}$$

由于信道中每T_s内传N个并行的码元，所以码元速率为

$$R_s=\frac{N}{T_s}$$

所以码元频带利用率为

$$\eta_s=\frac{R_s}{B}=\frac{N}{N+1}$$

可见，当$N\gg 1$时，η_s趋近于1。如果使用二进制符号传输，与用单个载波的串行体制相比，OFDM频带利用率提高近一倍。

第8章 差错控制编码

8.1 学习辅导

8.1.1 教学背景

数字通信系统的可靠性用差错率衡量。一般的数字通信系统要求差错率的量级在$10^{-3} \sim 10^{-6}$之间，高质量的数字通信系统则要求差错率的量级在$10^{-8} \sim 10^{-9}$之间。

在数字信号的基带传输和数字信号的调制传输中，通过对抗噪声性能的分析可知，差错率是信噪比的函数，提高接收机的输入信噪比可降低差错率。对于高质量的数字通信，当发送功率和信道带宽受到限制时，要使差错率进一步降低就必须采用信道编码，即差错控制编码，也称为信道编码。

差错控制编码是对数字信号进行抗干扰编码，目的是提高数字通信传输的可靠性。

第8章讨论差错控制编码的概念和原理，简单介绍几种码型的编码和译码方法。

8.1.2 学习目标

（1）明确差错控制编码的目的，列出差错控制的3种方式，列出差错控制编码分类方法，举出几种简单的检错码实例，说明检错和纠错的基本原理，在分组码中计算最小码距和检纠错能力。

（2）叙述线性分组码的定义，由生成矩阵求线性分组码，解释线性分组码的编译码原理。

（3）叙述循环码的定义和特点，由生成多项式求循环码，解

释循环码的编译码原理。

（4）了解卷积码的编码方法，用图解法描述卷积码的编码过程。

（5）了解 Turbo 码和 LDPC 码。

8.1.3　学习要点

1. 差错控制编码的基本概念

- 差错控制编码的目的
- 差错控制的方式
- 差错控制编码分类
- 几种简单的检错码
- 检错和纠错的基本原理
- 最小码距和检纠错能力的关系

2. 线性分组码

- 线性分组码的定义
- 线性分组码的生成矩阵
- 线性分组码的译码原理

3. 循环码

- 循环码的描述
- 循环码的生成多项式
- 循环码的编码和译码

4. 卷积码

- 卷积码的编码方法
- 图解法描述编码过程

5. Turbo 码和 LDPC 码的编译码原理

8.1.4　学习难点

1. 信源编码和信道编码

信源编码是把信源产生的模拟信号变换为数字信号，目的

是用数字通信的方式传输模拟信号。在信源编码中每路模拟信号所对应信息速率越低,则编码效率越高。在波形编码中PCM编码的信息速率为64kbit/s,ΔM编码的信息速率为32kbit/s,ADPCM编码的信息速率为32kbit/s。参量编码的信息速率一般低于16kbit/s,最低可达1kbit/s。信源编码是数字终端系统必不可少的技术环节。

信道编码是对数字信号进行抗干扰编码,目的是提高数字通信传输的可靠性。由于增加了监督码元,所以传输效率降低了。如果保持原数字信号的码元速率不变,经过信道编码以后的码元速率必须提高;如果信道编码以后的码元速率和原数字信号的码元速率相同,则原数字信号的码元速率必须降低。所以信道编码是以降低传输速率为代价换取了传输的可靠性。信道编码只有在高质量的数字通信系统中才使用。

2. 编码效率和纠错能力

编码效率定义为码组中的信息码元数和码组中的码元数之比

$$R_c = k/n$$

编码码组中的监督码元数越多,编码码组的检纠错能力越强,所以编码效率低时纠错能力强,这就意味着降低通信系统的有效性可提高通信系统的可靠性。

3. 判断接收码组是否出错的方法

(1) 对于线性码的接收码组

设接收码组为$\boldsymbol{R}$,它是n位码的行矢量。定义伴随式$\boldsymbol{S}$为

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$$

当码组出现错误时,$\boldsymbol{S}$为非零矢量。

(2) 对于循环码的接收码组

设接收码组多项式为$r(x)$,定义伴随多项式或校正子多项式

$$s(x) = \text{rem}[r(x)/g(x)]$$

如果经信道传输后发生错误，接收码组多项式 $r(x)$ 不再是 $g(x)$ 的倍式，$s(x)$ 是 $r(x)$ 除以 $g(x)$ 后的余式。

4. 多项式运算规则

(1) 模 2 和只有加法，或者说加法和减法相同。同类项相加为 0。例如：

$$x^5 + 1 = x^5 - 1$$

$$(x^5 + x^4 + x^2 + 1) + (x^5 + x^4 + x^3 + 1) = x^3 + x^2$$

(2) 多项式乘法中幂次相加，同类项相加为 0。例如：

$$(x+1)(x^2+x+1) = x^3 + 1$$

(3) 多项式除法规则

$$\frac{\text{被除式 } c(x)}{\text{除式 } g(x)} = \text{商式} + \frac{\text{余式 } r(x)}{\text{除式 } g(x)}$$

演算过程用长除法。

8.1.5　学习后记

“通信原理”课程是电子类专业和信息类专业的专业基础课，是专业课的先修课程。本课程的任务是针对通信系统一般模型，分析通信系统的工作原理和通信系统的性能，而具体的通信系统还有各自的特点和规律。

在“通信原理”课程之后，通常电子类专业还设有 2～3 门通信系统的必修专业课或选修专业课，例如“移动通信系统”、“光纤通信系统”、“微波通信系统”、“卫星通信系统”等。而信息类专业通常会设有综述类的必修专业课或选修专业课，例如“现代通信系统”或“现代通信技术”等。

“通信原理”课程在基本概念和原理、分析方法和计算方法方面所奠定的基础会帮助读者进一步深入学习后续课程。

8.2 习题解答

8.1 用奇偶校验码进行检错编码，设每组数据有7bit，附加1位偶数校验位。若输入数据为110100100011100100001，试写出编码后的序列，并说明它可检出哪几类差错？不能检出哪几类差错？

解 对已知序列进行7位分组为

1101001　0001110　0100001

每组加1位偶数校验位后，得到

11010010　00011101　01000010

所以最终输出序列为

110100100001110101000010

1位奇偶校验码只能检出单个和奇数个错，不能检出偶数个错。

8.2 用方阵码进行检错编码，设每行有8bit，其中数据占7bit，用奇数校验。试问它能检出哪几类差错？不能检出哪几类差错？

解 根据奇数校验规则可知本题中的方阵码能检出所有列和行中的奇数个差错和大多数偶数个差错，不能检出在行和列中均为偶数个的差错。

8.3 已知(7,3)码的生成矩阵为

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}1&0&0&1&1&1&0\\0&1&0&0&1&1&1\\0&0&1&1&1&0&1\end{bmatrix}$$

(1) 列出编码表和各个码组的码重；

(2) 求最小码距 $d_{\min}$ 和该码的差错控制能力；

(3) 列出伴随式 $\boldsymbol{S}$ 与差错矢量 $\boldsymbol{E}$ 的对照表。

解 (1) 根据教材式(8-10)可得编码表如表题解8-3-1所示。

（2）由（1）中表题解 8-3-1 可知非零码组的最小码重为

$$W = 4$$

表题解 8-3-1

信息码组	编 码 码 组	码重 W
0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0
0 0 1	0 0 1 1 1 0 1	4
0 1 0	0 1 0 0 1 1 1	4
0 1 1	0 1 1 1 0 1 0	4
1 0 0	1 0 0 1 1 1 0	4
1 0 1	1 0 1 0 0 1 1	4
1 1 0	1 1 0 1 0 0 1	4
1 1 1	1 1 1 0 1 0 0	4

所以该码的最小码距为

$$d_{\min} = 4$$

检纠错能力分为以下几种情况：纠 1 错；检 3 错；纠 1 错同时检 2 错。

（3）伴随式 $\boldsymbol{S}$ 与差错矢量 $\boldsymbol{E}$ 对照表如表题解 8-3-2 所示。

表题解 8-3-2

$\boldsymbol{E}$	$\boldsymbol{S}$
0 0 0 0 0 0 0	0 0 0
1 0 0 0 0 0 0	1 1 1
0 1 0 0 0 0 0	1 0 1
0 0 1 0 0 0 0	0 1 1
0 0 0 1 0 0 0	1 1 0
0 0 0 0 1 0 0	1 0 0
0 0 0 0 0 1 0	0 1 0
0 0 0 0 0 0 1	0 0 1

8.4　已知某线性码监督矩阵

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

列出所有许用码组。

解 由题目条件和教材式(8-18)可列出 **P** 矩阵的转置矩阵为

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}1&1&1&0\\1&1&0&1\\1&0&1&1\end{bmatrix}$$

由教材式(8-11)可列出生成矩阵为

$$\boldsymbol{G}=[\boldsymbol{I}\quad\boldsymbol{P}]=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&1&1\\0&1&0&0&1&1&0\\0&0&1&0&1&0&1\\0&0&0&1&0&1&1\end{bmatrix}$$

设许用码组矩阵为 **C**,信息码组矩阵为 **D**,则由教材式(8-10)可列出码组矩阵为

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{G}$$

许用码组 **C** 和信息位 **D** 的关系列表如表题解8-4所示。

表题解 8-4

信息位 **D**	许用码组 **C**
0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1	0 0 0 1 0 1 1
0 0 1 0	0 0 1 0 1 0 1
0 0 1 1	0 0 1 1 1 1 0
0 1 0 0	0 1 0 0 1 1 0
0 1 0 1	0 1 0 1 1 0 1
0 1 1 0	0 1 1 0 0 1 1
0 1 1 1	0 1 1 1 0 0 0
1 0 0 0	1 0 0 0 1 1 1
1 0 0 1	1 0 0 1 1 0 0
1 0 1 0	1 0 1 0 0 1 0
1 0 1 1	1 0 1 1 0 0 1
1 1 0 0	1 1 0 0 0 0 1
1 1 0 1	1 1 0 1 0 1 0
1 1 1 0	1 1 1 0 1 0 0
1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1

8.5　已知(7,4)码的生成矩阵为

$$G=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&1&1\\0&1&0&0&1&0&1\\0&0&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&1&0\end{bmatrix}$$

写出所有许用码组，并求监督矩阵。若接收码组为 1101101，计算校正子。

解　设许用码组矩阵为 $\boldsymbol{C}$，信息码组矩阵为 $\boldsymbol{D}$，则由教材式(8-10)可列出码组矩阵为

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{G}$$

许用码组 $\boldsymbol{C}$ 和信息位 $\boldsymbol{D}$ 的关系列表如表题解 8-5 所示。

表题解 8-5

信息位 $\boldsymbol{D}$	许用码组 $\boldsymbol{C}$
0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 1	0 0 0 1 1 1 0
0 0 1 0	0 0 1 0 0 1 1
0 0 1 1	0 0 1 1 1 0 1
0 1 0 0	0 1 0 0 1 0 1
0 1 0 1	0 1 0 1 0 1 0
0 1 1 0	0 1 1 0 1 1 0
0 1 1 1	0 1 1 1 0 0 0
1 0 0 0	1 0 0 0 1 1 1
1 0 0 1	1 0 0 1 0 0 1
1 0 1 0	1 0 1 0 1 0 0
1 0 1 1	1 0 1 1 0 1 0
1 1 0 0	1 1 0 0 0 1 0
1 1 0 1	1 1 0 1 1 0 0
1 1 1 0	1 1 1 0 0 0 1
1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1

由题目条件和教材式(8-11)、式(8-12)和式(8-13)可列出 $\boldsymbol{P}$ 矩阵为

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&0&1\\0&1&1\\1&1&0\end{bmatrix}$$

由教材式(8-18)可列出校验矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H}=[\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{I}]=\begin{bmatrix}1&1&0&1&1&0&0\\1&0&1&1&0&1&0\\1&1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

由题目条件和教材式(8-20)可知当接收码组为

$$\boldsymbol{R}=[1\quad 1\quad 0\quad 1\quad 1\quad 0\quad 1]$$

时，可求得校正子 $\boldsymbol{S}$ 为

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{R}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}=[0\quad 0\quad 1]$$

8.6　已知(7,4)循环码的生成多项式为

$$g(x)=x^3+x^2+1$$

(1) 当信息码组为1001,求编码后的循环码组;

(2) 求系统循环码码组。

解　(1) 由题目条件可知信息码组多项式为

$$d(x)=x^3+1$$

由教材式(8-33)可求出编码后的循环码组多项式为

$$c(x)=d(x)\cdot g(x)=x^6+x^5+x^2+1$$

编码码组为

$$\boldsymbol{C}=[1100101]$$

(2) 由题目条件可知 $n=7,k=4$,所以升位后的多项式为

$$x^{7-4}d(x)=x^6+x^3$$

求余式 $R(x)$ 的竖式为

$$
\begin{array}{r l}
 & x^3+x^2+x+1 \text{------------} d_1(x) \\
x^3+x^2+1 \,\big)\!\!\! & \overline{x^6 \qquad\quad +x^3} \\
 & \underline{x^6+x^5 \quad +x^3} \\
 & \quad x^5 \\
 & \quad \underline{x^5+x^4 \quad +x^2} \\
 & \qquad x^4 \quad +x^2 \\
 & \qquad \underline{x^4+x^3 \quad +x} \\
 & \qquad\quad x^3+x^2+x \\
 & \qquad\quad \underline{x^3+x^2 \quad +1} \\
 & \qquad\qquad\quad x+1 \text{------} R(x)
\end{array}
$$

由此可知余式和码组多项式分别为

$$R(x) = x + 1$$

$$c_1(x) = x^6 + x^3 + x + 1$$

系统循环码码组为

$$\boldsymbol{C} = [1001011]$$

8.7　(7,3)循环码的生成多项式为

$$g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$$

(1) 当数据 $\boldsymbol{D}=[1\quad 0\quad 1]$时,求相应码组 $\boldsymbol{C}$;

(2) 当数据 $\boldsymbol{D}=[1\quad 0\quad 1]$时,求系统循环码的码组 $\boldsymbol{C}$。

解　(1) 由题目条件可知信息码组多项式为

$$d(x) = x^2 + 1$$

所以编码多项式为

$$c(x) = d(x) \cdot g(x) = x^6 + x^5 + x^3 + 1$$

编码码组为

$$\boldsymbol{C} = [1101001]$$

(2) 由题目条件可知 $n=7$,$k=3$,所以升位后的多项式为

$$x^{7-3}d(x) = x^6 + x^4$$

求余式 $R(x)$ 的竖式为

$$
\begin{array}{r l}
 & x^2+x+1 \text{-------------} d_1(x) \\
x^4+x^3+x^2+1 \big) & x^6 \qquad\quad +x^4 \\
 & \underline{x^6+x^5+x^4 \qquad +x^2} \\
 & \quad x^5 \qquad\qquad\quad +x^2 \\
 & \quad \underline{x^5+x^4+x^3 \qquad +x} \\
 & \qquad\quad x^4+x^3+x^2+x \\
 & \qquad\quad \underline{x^4+x^3+ \qquad x+1} \\
 & \qquad\qquad\qquad\quad x+1 \text{-----} R(x)
\end{array}
$$

由此可知，余式和码组多项式分别为

$$R(x) = x + 1$$

$$c_1(x) = x^6 + x^4 + x + 1$$

系统循环码码组为

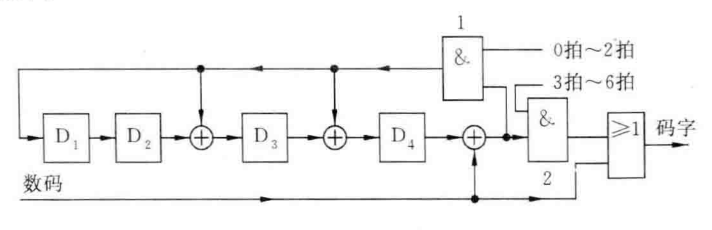
$$\boldsymbol{C} = [1010011]$$

8.8　用习题 8.7 的 $g(x)$。

(1) 用移位寄存器和模 2 加法器构成编码电路，并列出工作过程；

(2) 试构成译码表，并设计一种译码电路。

解　(1) 编码电路如图题解 8-8-1 所示。与门 1 在 0 拍～2 拍接通，其余时间断开；与门 2 在 3 拍～6 拍接通，其余时间断开。



图题解 8-8-1

当信息码组 $D=[1\quad 0\quad 1]$时，编码工作过程如表题解 8-8-1 所示。在 0 拍时对移位寄存器状态清零。

表题解 8-8-1

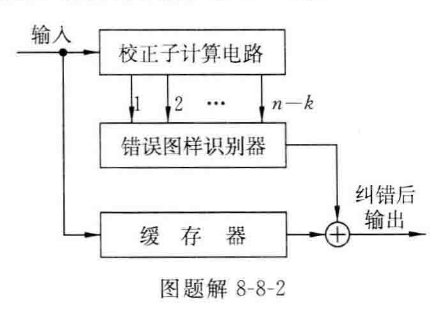
节　　拍	0	1	2	3	4	5	6
信息码元	1	0	1	0	0	0	0
D_1 出	0	1	1	1	0	0	0
D_2 出	0	0	1	1	1	0	0
D_3 出	0	1	1	0	1	1	0
D_4 出	0	1	0	0	0	1	1
码组	1	0	1	0	0	1	1

(2) 根据教材式(8-40)，对码重为 1 的差错多项式 $e(x)$，求出相应的伴随多项式 $s(x)$，将其对应结果列为表题解 8-8-2 译码表。

表题解 8-8-2

$e(x)$	x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x	1
$s(x)$	x^3+x^2+x	x^2+x+1	x^3+x^2+1	x^3	x^2	x	1

译码电路原理图如图题解 8-8-2 所示。



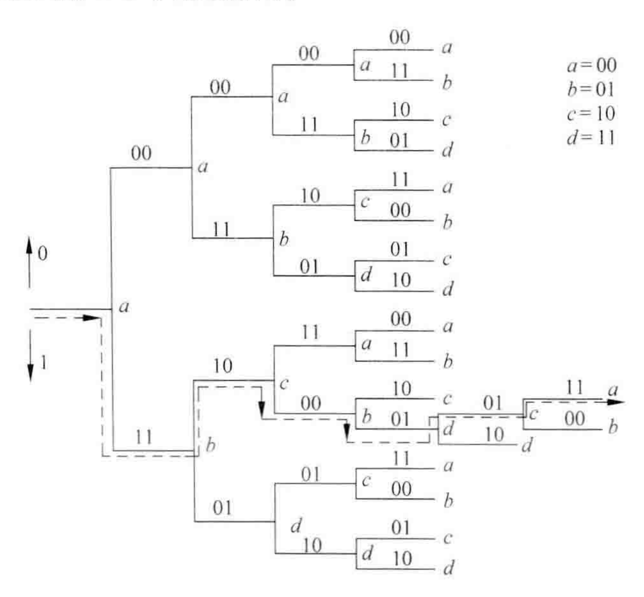
图题解 8-8-2

8.9　使用教材图 8-9 所示的卷积码编码器，如果输入信息序列为 10110…，计算输出码序列。

(1) 由树状图求输出序列；

(2) 由生成多项式求输出序列。

解　(1) 根据树状图图解法，可以由输入序列得到编码路径如题图解8-9中虚线所示。



题图解8-9　树状图编码图解

由此可知，编码输出序列为

$$C = 111000010111\cdots$$

(2) 由题目条件可知，输入序列多项式为

$$B(D) = 1 + D^2 + D^3 + \cdots$$

教材图8-9所示的是一个(2,1,3)卷积码的编码器结构，其对应生成多项式为

$$G_1(D) = 1 + D + D^2$$

$$G_2(D) = 1 + D^2$$

由教材式(8-45)可得两个模2和的输出多项式为

$$\begin{aligned} C_1(D) &= G_1(D) \cdot B(D) \\ &= (1 + D + D^2)(1 + D^2 + D^3) \end{aligned}$$

$$= 1 + D + D^5 + \cdots$$

$$C_2(D) = G_2(D) \cdot B(D)$$

$$= (1 + D^2)(1 + D^2 + D^3)$$

$$= 1 + D^3 + D^4 + D^5 + \cdots$$

两个模 2 和的输出序列分别为

$$c_1 = 110001\cdots$$

$$c_2 = 100111\cdots$$

输出序列为

$$c_1 c_2 = 111000010111\cdots$$

8.10　(2,1,3)卷积码编码器的输出比特 c_1、c_2 与 b_i、b_{i-1}、b_{i-2}的关系为

$$\begin{cases} c_1 = b_i \oplus b_{i-1} \\ c_2 = b_i \oplus b_{i-1} \oplus b_{i-2} \end{cases}$$

(1) 画出编码电路；

(2) 写出生成多项式；

(3) 如果输入信息序列为 100110…，计算输出码序列。

解　(1) 由题目条件，编码器的输出比特 c_1、c_2 与 b_i、b_{i-1}、b_{i-2}的关系为

$$\begin{cases} c_1 = b_i \oplus b_{i-1} \\ c_2 = b_i \oplus b_{i-1} \oplus b_{i-2} \end{cases}$$

相应的编码图如图题解 8-10 所示。

(2) 根据编码器框图，可列出两个生成多项式分别为

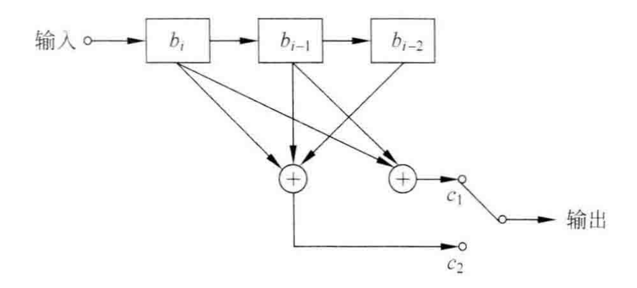
$$G_1(D) = 1 + D$$

$$G_2(D) = 1 + D + D^2$$

(3) 由题目条件，可列出输入序列多项式为

$$B(D) = 1 + D^3 + D^4 + \cdots$$

所以两个模 2 和的输出多项式为



图题解8-10　编码器框图

$$\begin{aligned}C_1(D) &= G_1(D)\cdot B(D)\\ &= (1+D)(1+D^3+D^4)\\ &= 1+D+D^3+D^5+\cdots\\ C_2(D) &= G_2(D)\cdot B(D)\\ &= (1+D+D^2)(1+D^3+D^4)\\ &= 1+D+D^2+D^3+D^6+\cdots\end{aligned}$$

两个模2和的输出序列分别为

$$c_1 = 1101010\cdots$$

$$c_2 = 1111001\cdots$$

输出序列为

$$c_1c_2 = 11110111001001\cdots$$

第9章 同步技术

9.1 学习辅导

9.1.1 教学背景

同步技术是通信系统可靠有效工作的重要保障技术。在模拟通信系统中，载波信号是收发两端最重要的工作基础条件之一，当系统采用同步解调或者相干解调时，接收端需要以可靠的方式获取一个与发送端载波同频同相的相干载波，这就是载波同步。在数字通信系统中，随着数据速率的不断提高，收发双方对数字码元起止位置的精确定位要求越来越高，为了正确判决获得基带数字信号，接收端需要产生与发送码元的重复频率和相位一致的定时脉冲序列，这就需要位同步。在数字时分复用通信系统中，各路信号的编码安排在规定的时隙内，多路编码形成一定的帧结构后进行传输。在接收端为了正确地分离出各路信号，就需要帧同步。本章对载波同步、位同步和帧同步的基本原理和实现方法进行了介绍。

9.1.2 学习目标

(1) 解释载波同步的含义；知道接收端提取载波的两类方法——插入导频法和直接法。对插入导频法，了解发送端插入正交载波的原理，推导实现方法输出表达式。对直接法，了解平方变换法基本原理，画出科斯塔斯环法(Costas 环法)工作原理框图，推导科斯塔斯环法框图中各节点信号表达式。

(2) 解释位同步的含义；知道位同步的两类实现方法——

外同步法和自同步法。对外同步法,了解插入位同步信息方法的基本原理。对自同步法,画出滤波法和数字锁相法的基本原理框图。

(3) 解释帧同步的含义;知道帧同步的两类实现方法——起止式同步法和插入特殊同步码组的方法的基本原理。

9.1.3 学习要点

1. 载波同步

- 载波同步的定义和作用
- 插入导频法基本原理
- 插入正交载波的信号分析
- 平方变换法和平方环法基本原理
- 科斯塔斯环法(Costas 环法)基本原理
- 科斯塔斯环法(Costas 环法)信号分析

2. 位同步

- 位同步的定义和作用
- 外同步法基本原理
- 微分整流法基本原理
- 数字锁相法基本原理

3. 帧同步

- 帧同步的定义和作用
- 连贯式插入法基本原理
- 间歇式插入法基本原理

9.1.4 学习难点

锁相环是同步技术中一种重要的实现方法。锁相环中的“相”指的是载波(或定时脉冲)的相位,顾名思义,锁相环就是能够锁定载波(或定时脉冲)相位的带反馈环路的电路。其基本工

作原理是根据输入信号和输出信号的差值情况，获得输入输出信号间的相位误差，再通过反馈回路调整输出信号的相位，从而实现输入输出信号相位的一致。

随着数字电路的不断发展，数字锁相环电路使用越来越广泛，数字锁相环的结构更趋复杂，性能日益完善，重要性也不断提高。正确理解锁相环的工作原理对深入学习通信技术具有重要意义。

9.1.5　学习后记

本章讨论了通信系统中的基本同步技术。以概念引出、原理介绍和实现方法描述的次序组织内容，重点介绍了载波同步、位同步和帧同步的定义和实现方法。这些同步技术是通信系统收发双方正常工作的重要保障。

9.2　习题解答

9.1　已知单边带信号 $S_{\mathrm{SSB}}(t)=m(t)\cos\omega_c t+\hat{m}(t)\sin\omega_c t$，试证明它不能用平方变换法提取载波。

证明　将单边带信号平方，得

$$\begin{aligned}
s_{\mathrm{SSB}}^2(t) &= [f(t)\cos\omega_c t+\hat{f}(t)\sin\omega_c t]^2 \\
&= f^2(t)\cos^2\omega_c t+2f(t)\hat{f}(t)\cos\omega_c t\sin\omega_c t+\hat{f}^2(t)\sin^2\omega_c t \\
&= f^2(t)\cos^2\omega_c t+f(t)\hat{f}(t)\sin 2\omega_c t+\hat{f}^2(t)\sin^2\omega_c t \\
&= \frac{1}{2}[f(t)+\hat{f}^2(t)]+\frac{1}{2}[f(t)-\hat{f}^2(t)]\cos 2\omega_c t \\
&\quad +f(t)\hat{f}(t)\sin 2\omega_c t
\end{aligned}$$

该信号通过低通滤波器后，输出为

$$\frac{1}{2}[f(t)+\hat{f}^2(t)]$$

显然从中不能恢复出低频调制信号 $f(t)$,因此单边带信号不能用平方变换法提取载波。

9.2 在图9-1所示的插入导频法发送端方框图中,如果 $a\sin\omega_c t$ 不经过 $\pi/2$ 相移,直接与已调信号相加后输出,试证明接收端的解调输出中会含有直流分量。

证明 如果直接插入调制载波,即 $a\sin\omega_c t$,则发送信号为

$$s(t) = af(t)\sin\omega_c t + a\sin\omega_c t = a[f(t)+1]\sin\omega_c t$$

接收信号变为

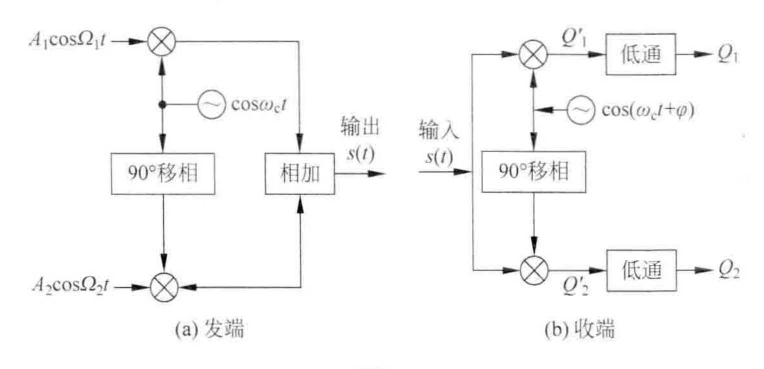
$$y(t) = s(t)\sin\omega_c t = a[f(t)+1]\sin\omega_c t \cdot \sin\omega_c t$$

$$= a[f(t)+1]\cdot\frac{1-\cos 2\omega_c t}{2}$$

$$= \frac{a}{2}+\frac{a}{2}f(t)-\frac{a}{2}[f(t)+1]\cos 2\omega_c t$$

将 $y(t)$ 经过低通滤波器后输出信号除了有原调制信号 $f(t)$ 之外还有一个直流分量 $a/2$。

9.3 正交双边带调制的原理方框图如图题9-3所示,试讨论载波相位误差 φ 对该系统有什么影响。



图题 9-3

解 由题目条件可知

$$s(t) = A_1\cos\omega_1 t\cos\omega_c t + A_2\cos\omega_2 t\sin\omega_c t$$

接收信号 Q_1' 为

$$
\begin{aligned}
s_{Q_1'}(t) &= s(t)\cos(\cos\omega_c t+\varphi) \\
&= (A_1\cos\omega_1 t\cos\omega_c t + A_2\cos\omega_2 t\sin\omega_c t)\cos(\omega_c t+\varphi) \\
&= \frac{1}{2}A_1\cos\omega_1 t[\cos(2\omega_c t+\varphi)+\cos\varphi] \\
&\quad + \frac{1}{2}A_2\cos\omega_2 t[\sin(2\omega_c t+\varphi)-\sin\varphi]
\end{aligned}
$$

经低通滤波器后输出为

$$
s_{Q_1}(t) = \frac{1}{2}A_1\cos\omega_1 t\cos\varphi - \frac{1}{2}A_2\cos\omega_2 t\sin\varphi
$$

同理，接收信号 Q_2' 为

$$
\begin{aligned}
s_{Q_2'}(t) &= s(t)\sin(\cos\omega_c t+\varphi) \\
&= (A_1\cos\omega_1 t\cos\omega_c t + A_2\cos\omega_2 t\sin\omega_c t)\sin(\omega_c t+\varphi) \\
&= \frac{1}{2}A_1\cos\omega_1 t[\sin(2\omega_c t+\varphi)+\sin\varphi] \\
&\quad + \frac{1}{2}A_2\cos\omega_2 t[\cos\varphi-\cos(2\omega_c t+\varphi)]
\end{aligned}
$$

经低通滤波器后输出为

$$
s_{Q_2}(t) = \frac{1}{2}A_1\cos\omega_1 t\sin\varphi + \frac{1}{2}A_2\cos\omega_2 t\cos\varphi
$$

可见当 φ 不能忽略时，将会使输出有用信号受到 $\cos\varphi$ 的调制，并引入正交信号与 $\sin\varphi$ 的乘积项。

当 φ 很小时，有

$$
\cos\varphi \approx 1, \quad \sin\varphi \approx 0
$$

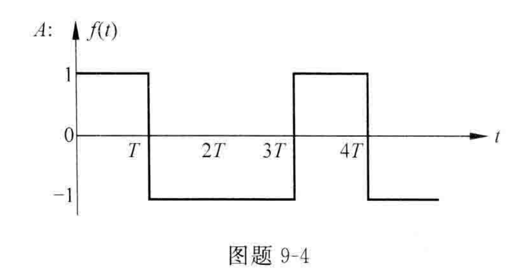
此时输出分别为

$$
s_{Q_1}(t) \approx \frac{1}{2}A_1\cos\omega_1 t
$$

$$
s_{Q_2}(t) \approx \frac{1}{2}A_2\cos\omega_2 t
$$

能够正确解调。

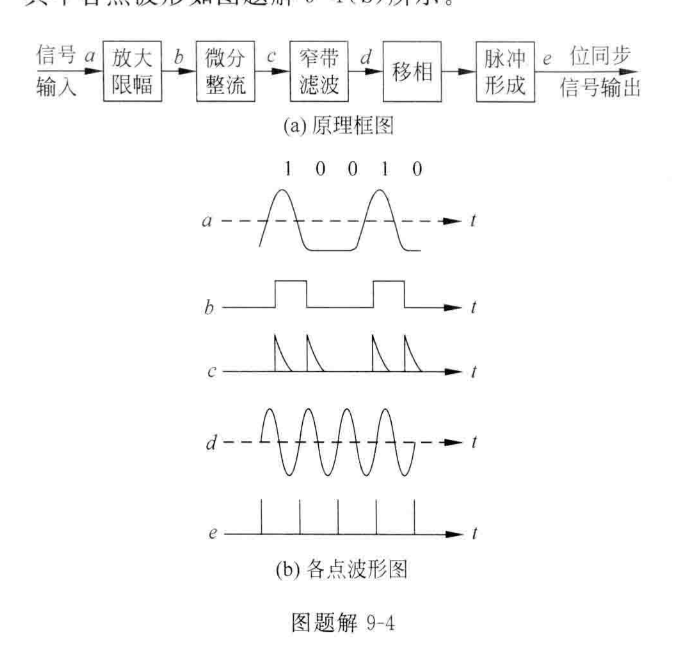
9.4　设有如图题9-4所示的基带信号，它经过一带限滤波器后变为带限信号，试画出从带限基带信号中提取位同步信号的原理方框图和波形。



图题9-4

解　原理方框图如图题解9-4(a)所示。

其中各点波形如图题解9-4(b)所示。



图题解9-4

第10章　自　测　题

10.1　自测题一及参考答案

自测题一（A卷）

一、填空题（共40分）

1. 模拟线性调制信号的形式有AM、DSB、SSB、VSB，其中带宽和基带信号带宽相同的信号是________，带宽是基带信号带宽2倍的信号是________，带宽是基带信号带宽1～2倍的信号是________。（4分）

2. VSB信号通常使用滤波法产生，要求滤波器具有的特性为________。VSB信号可使用的解调方法为①________，②________。解调方法①需要的条件是________，解调方法②需要的条件是________。（5分）

3. 模拟电话信号的频率范围是________，抽样频率规定为________。A律基群的信息速率为________，基群的最小理论传输带宽为________。平均每路数字电话信号的最小理论传输带宽为________。（5分）

4. 设低通型信道的带宽为6kHz，采用理想低通信号时最高码元传输速率为________，采用全升余弦信号时最高码元传输速率为________，采用八进制NRZ码时最高信息传输速率为________。（3分）

5. 已知在绝对调相中1码取载波相位0，0码取载波相位π。那么在2DPSK信号中，相对码（传号差分码）取1码和0码时载波相位分别为________；设绝对码的前一位码的载波相位

为0,绝对码取0码和1码时载波相位分别为________。(4分)

6. (15,6)循环码的码组长度为________,信息码长度为________。已知其码距为6,该码的差错控制能力分为以下几种情况:________。(5分)

7. m序列的全称是________,该序列的主要特点是________。列出m序列的两种应用:________。(5分)

8. 使用了复用方式的6种信号为:①立体声调频广播,②同步数字复接系列SDH,③模拟电视信号,④60路ADPCM终端,⑤调幅广播和⑥E1。其中属于频分复用方式的有________,属于时分复用方式的有________。(写序号,6分)

9. 移动通信使用的多址方式有频分多址、时分多址和码分多址。模拟移动通信使用的多址方式为________,GSM移动通信使用的多址方式为________,CDMA移动通信使用的多址方式为________。(3分)

二、计算题(共60分)

1. 设基带信号是频率为4kHz的单频余弦信号,载波信号是幅度为8V、频率为3MHz的余弦信号。(1)设基带信号的幅度为1V,频偏常数$K_{FM}=10\text{kHz/V}$,求出调频信号的调频指数和带宽,写出调频信号的表达式。(2)将基带信号的幅度改为2V后再求出调频信号的带宽。(10分)

2. 二进制信码为100110000101000011。(1)画出单极性NRZ、AMI、HDB_3码的波形;(2)画出前6位码的NRZ码和CMI码的波形,设计从CMI码提取位定时分量的原理框图。(15分)(提示:在CMI码中,0码用01表示,1码交替用00、11表示)

3. 若电话信道的频率范围限定为600~3000Hz,为了传输3600bit/s的数据序列,设计一个无码间串扰的数字调制方案,方案应是物理可实现的,列出计算过程和有关的数据。(12分)

4. 已知(7,4)循环码的生成多项式$g_1(x)=x^3+x+1$。当

信息码组 $D=[1100]$时，求输出的系统循环码组 C。(8 分)

5. 2PSK 信号的表达式为 $s_1(t)=-B\cos\omega_c t$，$s_2(t)=B\cos\omega_c t$，发送端发 $s_1(t)$的概率为 P_1，发 $s_2(t)$的概率为 P_2。设高斯白噪声的功率谱密度为 n_0，均方根值为 σ。(1)对信号进行相干解调，画出抗噪声性能的分析模型；(2)设相干解调器的输出为 $y(t)$，写出两种发送信号时 $y(t)$的幅度概率密度函数，画出概率密度曲线；(3)求最佳判决电平 V_d；(4)当 $P_1=P_2$ 时，求 V_d 的取值；(5)当 $P_1=P_2$ 时，求误比特率，用信噪比表示。(12 分)

自测题一(B 卷)

一、填空题(共 40 分)

1. 当基带信号的带宽为 W 时，AM 信号的带宽为________，DSB 信号的带宽为________，SSB 信号的带宽为________，VSB 信号的带宽为________。中波广播使用的信号形式为________。(5 分)

2. 单边带信号的产生方法有滤波法和相移法。滤波法对应的表达式为________，相移法对应的表达式为________。在滤波法中滤波器的作用是________，在相移法中滤波器的作用是________。单边带信号的解调方法有________。(6 分)

3. A 律基群的帧周期为________，一帧内的码元数为________，时隙数为________，可传输的话路数为________。帧同步码组占用时隙序号为________，信令码组占用时隙序号为________，A 律基群的信息速率为________。(7 分)

4. 设低通型信道的带宽为 6kHz，采用二进制 NRZ 码时最高信息传输速率为________，采用理想低通信号时最高频带利用率为________，采用全升余弦信号时最高频带利用率为________，采用八进制 NRZ 码时最高信息传输速率为________。

采用八进制 RZ 码时最高信息传输速率为________。(5分)

5. 在绝对调相中1码取载波相位0,0码取载波相位π。在2DPSK信号中,相对码(传号差分码)取1码和0码时载波相位分别为________;设绝对码的前一位码的载波相位为π,绝对码取0码和1码时载波相位分别为________。2DPSK信号的解调方法有________。(6分)

6. 差错控制方式有________。(7,3)码的码距为4,该码的差错控制能力分为以下几种情况:________。(6分)

7. 复用的方式有频分复用和时分复用,举出频分复用的3个实例:①　　　　②　　　　③　　　　;举出时分复用的2个实例:①　　　　②　　　　。(5分)

二、计算题(共60分)

1. 设基带信号是频率为2kHz的单频余弦信号,载波信号是幅度为5V,频率为2MHz的余弦信号。(1)设基带信号的幅度为2V,频偏常数 $K_{FM}=8\text{kHz/V}$,求出调频信号的调频指数,求出调频信号的带宽,写出调频信号的表达式。(2)将基带信号的频率加倍后再求调频信号的带宽。(10分)

2. 二进制信码为11010000101000011。(1)画出单极性NRZ、AMI、HDB_3码的波形;(2)画出前6位码的NRZ码和CMI码的波形,设计从CMI码提取位定时分量的原理框图。(15分)(提示:在CMI码中,0码用01表示,1码交替用00、11表示)

3. 信息速率为 8×10^6 bit/s,基带信号先通过 $\alpha=0.6$ 的升余弦滚降滤波器,再对载波进行调制。(1)求4PSK信号的传输带宽和频带利用率;(2)如果传输带宽不变,信息速率提高1倍,这时可采用哪种调制方式?列出有关计算式。(12分)

4. 二进制调制信号的表达式为 $s_1(t)=0$,$s_2(t)=B\cos\omega_c t$,发送端发 $s_1(t)$ 的概率为 P_1,发 $s_2(t)$ 的概率为 P_2。设高斯白噪

声的功率谱密度为 n_0，均方根值为 σ。(1)对信号进行相干解调，画出抗噪声性能的分析模型；(2)设相干解调器的输出为 $y(t)$，写出两种发送信号时 $y(t)$的幅度概率密度函数，画出概率密度曲线；(3)求最佳判决电平 V_d；(4)当 $P_1=P_2$ 时，求 V_d 的取值；(5)当 $P_1=P_2$ 时，求误比特率，用信噪比表示。(12 分)

5. 已知(7,4)循环码的生成多项式 $g_2(x)=x^3+x^2+1$。当信息码组 $D=[1011]$时，求输出的系统循环码组 C。(8 分)

自测题一(A 卷)参考答案

一、填空题(共 40 分)

1. 模拟线性调制信号的形式有 AM、DSB、SSB、VSB，其中带宽和基带信号带宽相同的信号是SSB，带宽是基带信号带宽 2 倍的信号是AM、DSB，带宽是基带信号带宽 1～2 倍的信号是VSB。(4 分)

2. VSB 信号通常使用滤波法产生，要求滤波器具有的特性为在载频处互补对称。VSB 信号可使用的解调方法为①相干解调，②插入载波包络检波。解调方法①需要的条件是相干载波，解调方法②需要的条件是插入载波。(5 分)

3. 模拟电话信号的频率范围是300～3400Hz，抽样频率规定为8000Hz。A 律基群的信息速率为2048kbit/s，基群的最小理论传输带宽为1024kHz。平均每路数字电话信号的最小理论传输带宽为32kHz。(5 分)

4. 设低通型信道的带宽为 6kHz，采用理想低通信号时最高码元传输速率为12kbaud，采用全升余弦信号时最高码元传输速率为6kbaud，采用八进制 NRZ 码时最高信息传输速率为18kbit/s。(3 分)

5. 已知在绝对调相中 1 码取载波相位 0，0 码取载波相位 π。那么在 2DPSK 信号中，相对码(传号差分码)取 1 码和 0 码

时载波相位分别为0、π；设绝对码的前一位码的载波相位为0，绝对码取0码和1码时载波相位分别为0、π。(4分)

6. (15,6)循环码的码组长度为15，信息码长度为6。已知其码距为6，该码的差错控制能力分为以下几种情况：纠2错；检5错；纠2错同时检3错。(5分)

7. m序列的全称是最长线性反馈移位寄存器序列，该序列的主要特点是规律性和随机性。列出m序列的两种应用：误码测试仪，扰码发生器。(5分)

8. 使用了复用方式的6种信号为：①立体声调频广播，②同步数字复接系列SDH，③模拟电视信号，④60路ADPCM终端，⑤调幅广播和⑥E1。其中属于频分复用方式的有①、③、⑤，属于时分复用方式的有②、④、⑥。(写序号，6分)

9. 移动通信使用的多址方式有频分多址、时分多址和码分多址。模拟移动通信使用的多址方式为频分多址，GSM移动通信使用的多址方式为时分多址，CDMA移动通信使用的多址方式为码分多址。(3分)

二、计算题(共60分)

1. 设基带信号是频率为4kHz的单频余弦信号，载波信号是幅度为8V，频率为3MHz的余弦信号。(1)设基带信号的幅度为1V，频偏常数$K_{FM}=10\text{kHz/V}$，求出调频信号的调频指数，求出调频信号的带宽，写出调频信号的表达式。(2)将基带信号的幅度改为2V后再求出调频信号的带宽。(10分)

解 (1) 基带信号是幅度为1V，频率为4kHz的单频余弦信号，基带信号的表达式为

$$f(t) = A_m\cos\omega_m t = \cos(8\times 10^3\pi t)$$

频偏常数$K_{FM}=10\text{kHz/V}$，调频信号的调频指数为

$$\beta_{FM} = \frac{K_{FM}A_m}{\omega_m} = \frac{10\times 10^3\times 2\pi\times 1}{4\times 10^3\times 2\pi} = 2.5$$

调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2(1+\beta_{FM})f_m = 2\times(1+2.5)\times4\times10^3 = 28(\text{kHz})$$

调频信号的表达式为

$$\begin{aligned}s_{FM}(t) &= A\cos(\omega_c t + \beta_{FM}\sin\omega_m t)\\ &= 8\cos[6\times10^6\pi t + 2.5\sin(8\times10^3\pi t)]\end{aligned}$$

（2）将基带信号的幅度从 1V 改为 2V，调频信号的调频指数随之增加 1 倍，即

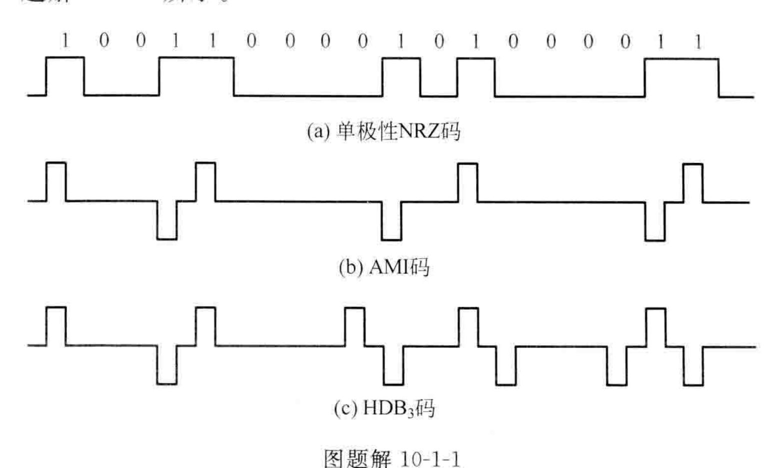
$$\beta_{FM1} = 2\beta_{FM} = 2\times2.5 = 5$$

这时调频信号的带宽为

$$B_{FM1} = 2(1+\beta_{FM1})f_m = 2\times(1+5)\times4\times10^3 = 48(\text{kHz})$$

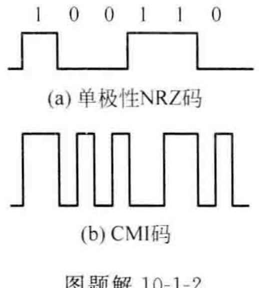
2. 二进制信码为 10011000010100001 1。(1)画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形；(2)画出前 6 位码的 NRZ 码和 CMI 码的波形，设计从 CMI 码提取位定时分量的原理框图。(15 分)(提示：在 CMI 码中，0 码用 01 表示，1 码交替用 00、11 表示)

解　(1) 单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形如图题解 10-1-1 所示。



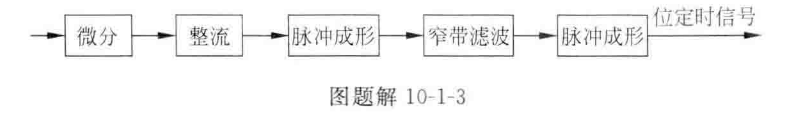
图题解 10-1-1

(2) 前6位码的NRZ码和CMI码的波形如图题解10-1-2所示。



图题解 10-1-2

从数字双相码中提取位定时分量的原理框图如图题解10-1-3所示。



图题解 10-1-3

3. 若电话信道的频率范围限定为600～3000Hz,为了传输3600bit/s的数据序列,设计一个无码间串扰的数字调制方案,方案应是物理可实现的,列出计算过程和有关的数据。(12分)

解　若电话信道的频率范围限定为600～3000Hz,信道的可用带宽B为

$$B = 3000 - 600 = 2400(\text{Hz})$$

为了传输3600bit/s的数据序列,要求数字调制方案的频带利用率为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{3600}{2400} = \frac{3}{2}(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

考虑到数字调制方案应是物理可实现的,基带信号选择升余弦信号,滚降系数α应满足的关系式为

$$0 < \alpha \leqslant 1$$

数字调制方案的频带利用率要大于 1bit/(s・Hz),必须采用多进制。设多进制数为 M,M 应满足的关系式为

$$\eta_{b,M} = \frac{1}{1+\alpha}\log_2 M = \frac{3}{2}(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

试将 $M=4$ 代入上式,可求得可得滚降系数为

$$\alpha = \frac{1}{3}$$

方案符合物理可实现的条件,数字调制方案可采用 4PSK、4ASK、4QAM。

4. 已知(7,4)循环码的生成多项式 $g_1(x)=x^3+x+1$。当信息码组 $D=[1100]$时,求输出的系统循环码组 C。(8 分)

解　当信息码组 $D=[1100]$时,信息码组多项式和升位后的多项式为

$$d(x) = x^3 + x^2$$
$$x^{7-4}d(x) = x^3(x^3+x^2) = x^6 + x^5$$

求余式 $R(x)$的竖式为

$$\begin{array}{rl}
 & x^3 + x^2 + x \text{-------------} d_1(x) \\
x^3+x+1 \,\big) & x^6 + x^5 \\
 & \underline{x^6 \qquad + x^4 + x^3} \\
 & \quad x^5 + x^4 + x^3 \\
 & \quad \underline{x^5 \qquad + x^3 + x^2} \\
 & \qquad x^4 \qquad + x^2 \\
 & \qquad \underline{x^4 \qquad + x^2 + x} \\
 & \qquad\qquad\qquad x \text{------} R(x)
\end{array}$$

余式和码组多项式分别为

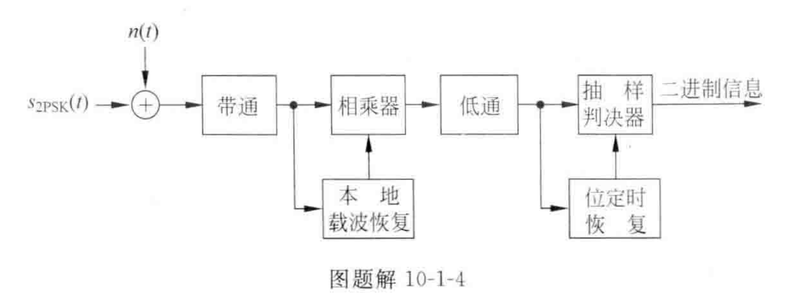
$$R(x) = x$$
$$c(x) = x^6 + x^5 + x$$

可求出系统循环码组为

$$C=[1100010]$$

5. 2PSK 信号的表达式为 $s_1(t)=-B\cos\omega_c t$, $s_2(t)=B\cos\omega_c t$,发送端发 $s_1(t)$的概率为 P_1,发 $s_2(t)$的概率为 P_2。设高斯白噪声的功率谱密度为 n_0,均方根值为 σ。(1)对信号进行相干解调,画出抗噪声性能的分析模型;(2)设相干解调器的输出为 $y(t)$,写出两种发送信号时 $y(t)$的幅度概率密度函数,画出概率密度曲线;(3)求最佳判决电平 V_d;(4)当 $P_1=P_2$ 时,求 V_d 的取值;(5)当 $P_1=P_2$ 时,求误比特率,用信噪比表示。(12分)

解 (1) 对信号进行相干解调,抗噪声性能的分析模型如图题解 10-1-4 所示。



图题解 10-1-4

(2) 发送端发 $s_1(t)$时,$y(t)$的幅度概率密度函数为

$$p_1(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{-(y+B)^2/(2\sigma^2)}$$

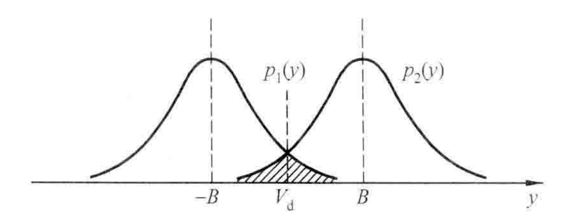
发送端发 $s_2(t)$时,$y(t)$的幅度概率密度函数为

$$p_2(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{-(y-B)^2/(2\sigma^2)}$$

幅度概率密度函数 $p_1(y)$和 $p_2(y)$的曲线如图题解 10-1-5 所示。

(3) 设最佳判决门限为 V_d。当发送端发 $s_1(t)$时,抽样值 $y(kT)>V_d$,则判为 $s_2(t)$;当发送端发 $s_2(t)$时,抽样值 $y(kT)<V_d$,则判为 $s_1(t)$。

设 $s_1(t)$错判为 $s_2(t)$的概率 P_{b1},可表示为



图题解 10-1-5

$$P_{b1} = \int_{V_d}^{\infty} p_1(y)\mathrm{d}y$$

设 $s_2(t)$错判为 $s_1(t)$的概率 P_{b2}，可表示为

$$P_{b2} = \int_{-\infty}^{V_d} p_2(y)\mathrm{d}y$$

信源发 $s_1(t)$和 $s_2(t)$的概率分别为 P_1 和 P_2，则传输系统的总误比特率为

$$P_b = P_1 P_{b1} + P_2 P_{b2} = P_1 \int_{V_d}^{\infty} p_1(y)\mathrm{d}y + P_2 \int_{-\infty}^{V_d} p_2(y)\mathrm{d}y$$

为求出最佳判决门限，令

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_d} = 0$$

因此有

$$P_2 p_2(V_d) - P_1 p_1(V_d) = 0$$

$$\frac{p_2(V_d)}{p_1(V_d)} = \frac{P_1}{P_2}$$

将 $p_2(V_d)$和 $p_1(V_d)$代入，得最佳门限值为

$$V_d = \frac{\sigma^2}{2B}\ln\frac{P_1}{P_2}$$

(4) 当 $P_1 = P_2$ 时，V_d 的取值为

$$V_d = 0$$

(5) 当 $P_1 = P_2$ 时，$P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$，总误比特率为

$$P_b = P_1 P_{b1} + P_2 P_{b2} = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} p_1(y)\mathrm{d}y + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0} p_2(y)\mathrm{d}y$$

幅度概率密度函数 $p_1(y)$ 和 $p_2(y)$ 是对称的，所以 P_{b1} 和 P_{b2} 相等，总误比特率可表示为

$$P_b = P_{b1} = \int_0^{\infty} p_1(y)\mathrm{d}y = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \mathrm{e}^{-(y+B)^2/(2\sigma^2)}\mathrm{d}y$$

$$= Q\left(\frac{B}{\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{B^2}{\sigma^2}}\right) = Q(\sqrt{2r})$$

式中

$$r = \frac{B^2}{2\sigma^2}$$

为接收机输入信噪比。

自测题一(B卷)参考答案

一、填空题(共40分)

1. 当基带信号的带宽为 W 时，AM信号的带宽为<u>W</u>，DSB信号的带宽为<u>$2W$</u>，SSB信号的带宽为<u>W</u>，VSB信号的带宽为<u>$W \sim 2W$</u>。中波广播使用的信号形式为<u>AM</u>。(5分)

2. 单边带信号的产生方法有滤波法和相移法。滤波法对应的表达式为<u>频域表达式</u>，相移法对应的表达式为<u>时域表达式</u>。在滤波法中滤波器的作用是<u>滤除一个边带</u>，在相移法中滤波器的作用是<u>对信号进行相移</u>。单边带信号的解调方法有<u>相干解调、插入载波包络检波</u>。(6分)

3. A 律基群的帧周期为<u>$125\mu s$</u>，一帧内的码元数为<u>256</u>，时隙数为<u>32</u>，可传输的话路数为<u>30</u>。帧同步码组占用时隙序号为<u>0</u>，信令码组占用时隙序号为<u>16</u>，A 律基群的信息速率为<u>2048kbit/s</u>。(7分)

4. 设低通型信道的带宽为6kHz，采用二进制NRZ码时最高信息传输速率为<u>6kbit/s</u>，采用理想低通信号时最高频带利用

率为2bit/(s·Hz),采用全升余弦信号时最高频带利用率为1bit/(s·Hz),采用八进制 NRZ 码时最高信息传输速率为18kbit/s。采用八进制 RZ 码时最高信息传输速率为9kbit/s。(5 分)

5. 在绝对调相中 1 码取载波相位 0,0 码取载波相位 π。在 2DPSK 信号中,相对码(传号差分码)取 1 码和 0 码时载波相位分别为0、π;设绝对码的前一位码的载波相位为 π,绝对码取 0 码和 1 码时载波相位分别为π、0。2DPSK 信号的解调方法有相干解调和延迟解调。(6 分)

6. 差错控制方式有前向纠错、检错重发、混合检错。(7,3)码的码距为 4,该码的差错控制能力分为以下几种情况:纠 1 错;检 3 错;纠 1 错同时检 2 错。(6 分)

7. 复用的方式有频分复用和时分复用,举出频分复用的 3 个实例:①立体声调频广播,②模拟电视信号,③调幅广播;举出时分复用的 2 个实例:①PCM 基群,②同步数字复接系列 SDH。(5 分)

二、计算题(共 60 分)

1. 设基带信号是频率为 2kHz 的单频余弦信号,载波信号是幅度为 5V,频率为 2MHz 的余弦信号。(1)设基带信号的幅度为 2V,频偏常数 $K_{FM}=8\text{kHz/V}$,求出调频信号的调频指数,求出调频信号的带宽,写出调频信号的表达式。(2)将基带信号的频率加倍后再求调频信号的带宽。(10 分)

解　(1) 基带信号是幅度为 2V、频率为 2kHz 的单频余弦信号,基带信号的表达式为

$$f(t)=A_m\cos\omega_m t=2\cos(4\times10^3\pi t)$$

频偏常数 $K_{FM}=8\text{kHz/V}$,调频信号的调频指数为

$$\beta_{FM}=\frac{K_{FM}A_m}{\omega_m}=\frac{8\times10^3\times2\pi\times2}{2\times10^3\times2\pi}=8$$

调频信号的带宽为

$$B_{\mathrm{FM}}=2(1+\beta_{\mathrm{FM}})f_{\mathrm{m}}$$
$$=2\times(1+8)\times2\times10^{3}=36(\mathrm{kHz})$$

调频信号的表达式为

$$s_{\mathrm{FM}}(t)=A\cos(\omega_{\mathrm{c}}t+\beta_{\mathrm{FM}}\sin\omega_{\mathrm{m}}t)$$
$$=5\cos[4\times10^{6}\pi t+8\sin(4\times10^{3}\pi t)]$$

(2) 将基带信号的频率加倍,调频信号的调频指数减半,即

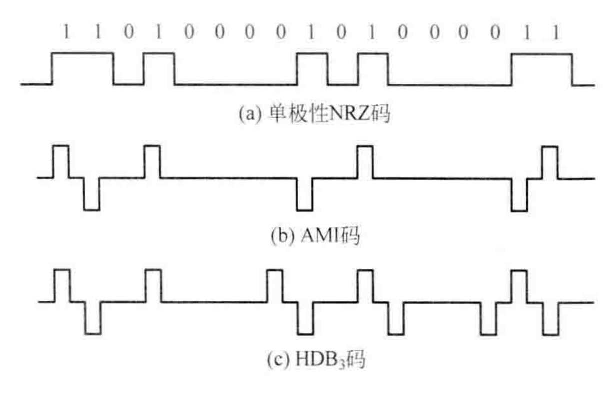
$$\beta_{\mathrm{FM1}}=\frac{1}{2}\times\beta_{\mathrm{FM}}=\frac{1}{2}\times8=4$$

这时调频信号的带宽为

$$B_{\mathrm{FM1}}=2(1+\beta_{\mathrm{FM1}})f_{\mathrm{m1}}$$
$$=2\times(1+4)\times4\times10^{3}=40(\mathrm{kHz})$$

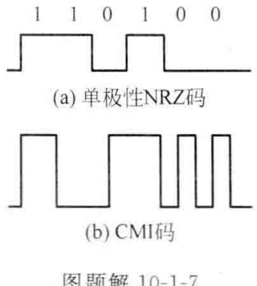
2. 二进制信码为 11010000101000011。(1)画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形;(2)画出前 6 位码的 NRZ 码和 CMI 码的波形,设计从 CMI 码提取位定时分量的原理框图。(15 分)(提示:在 CMI 码中,0 码用 01 表示,1 码交替用 00、11 表示)

解 (1) 单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形如图题解 10-1-6 所示。



图题解 10-1-6

（2）前 6 位码的 NRZ 码和 CMI 码的波形如图题解 10-1-7 所示。



(a) 单极性NRZ码

(b) CMI码

图题解 10-1-7

从数字双相码中提取位定时分量的原理框图如图题解 10-1-8 所示。

微分 → 整流 → 脉冲成形 → 窄带滤波 → 脉冲成形 → 位定时信号

图题解 10-1-8

3. 信息速率为 8×10^6 bit/s，基带信号先通过 $\alpha=0.6$ 的升余弦滚降滤波器，再对载波进行调制。(1)求 4PSK 信号的传输带宽和频带利用率；(2)如果传输带宽不变，信息速率提高 1 倍，这时可采用哪种调制方式？列出有关计算式。(12 分)

解　(1) 信息速率为 8×10^6 bit/s，基带信号通过 $\alpha=0.6$ 的升余弦滚降滤波器，二进制基带信号的带宽为

$$B_B=\frac{1+\alpha}{2T}=\frac{(1+\alpha)R_b}{2}=\frac{(1+0.6)\times8\times10^6}{2}$$
$$=6.4\times10^6(\text{Hz})$$

4PSK 信号的传输带宽

$$B_{4PSK}=\frac{2B_B}{\log_2 4}=B_B=6.4\times10^6=6.4\times10^6(\text{Hz})$$

4PSK 信号的频带利用率

$$\eta_{b,4PSK}=\frac{1}{1+\alpha}\log_2 4=\frac{1\times 2}{1+0.6}\approx 1.26(\text{bit/(s}\cdot\text{Hz))}$$

(2) 4PSK 信号的频带利用率为

$$\eta_{b,4PSK}=\frac{1}{1+\alpha}\log_2 4$$

如果传输带宽不变,信息速率提高1倍,则信号的频带利用率应该提高1倍,调制方式必须采用多进制。设多进制数为 M,M 进制已调信号的频带利用率

$$\eta_{b,M}=\frac{1}{1+\alpha}\log_2 M$$

M 进制已调信号的频带利用率是4PSK信号的频带利用率的2倍,即

$$\eta_{b,M}=2\eta_{b,4PSM}$$

要求 M 值满足下列关系式

$$\log_2 M=2\log_2 4=4$$

求出 M 值为

$$M=4^2=16$$

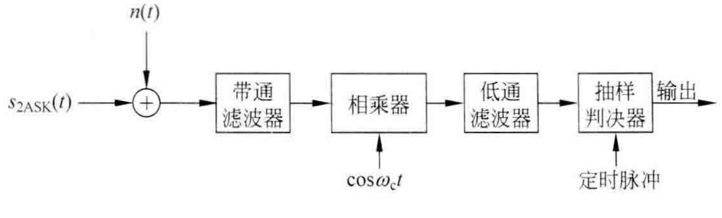
调制方式可采用16ASK、16PSK、16QAM。

4. 二进制调制信号的表达式为 $s_1(t)=0$,$s_2(t)=B\cos\omega_c t$,发送端发 $s_1(t)$ 的概率为 P_1,发 $s_2(t)$ 的概率为 P_2。设高斯白噪声的功率谱密度为 n_0,均方根值为 σ。(1)对信号进行相干解调,画出抗噪声性能的分析模型;(2)设相干解调器的输出为 $y(t)$,写出两种发送信号时 $y(t)$ 的幅度概率密度函数,画出概率密度曲线;(3)求最佳判决电平 V_d;(4)当 $P_1=P_2$ 时,求 V_d 的取值;(5)当 $P_1=P_2$ 时,求误比特率,用信噪比表示。(12分)

解 (1) 对信号进行相干解调,抗噪声性能的分析模型如图题解10-1-9所示。

(2) 发送端发 $s_1(t)$ 时 $y(t)$ 的幅度概率密度函数

$$p_1(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-y^2/(2\sigma^2)}$$

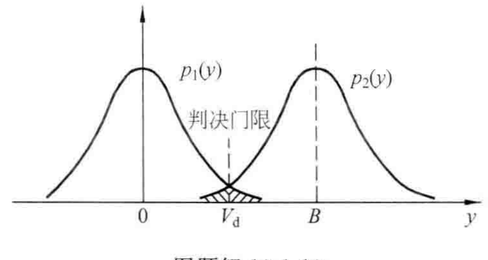


图题解 10-1-9

发送端发 $s_2(t)$时 $y(t)$的幅度概率密度函数

$$p_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-(y-B)^2/(2\sigma^2)}$$

幅度概率密度函数 $p_1(y)$和 $p_2(y)$的曲线如图题解 10-1-10 所示。



图题解 10-1-10

(3) 设最佳判决门限为 V_d。当发送端发 $s_1(t)$时，抽样值 $y(kT)>V_d$，则判为 $s_2(t)$；当发送端发 $s_2(t)$时，抽样值 $y(kT)<V_d$，则判为 $s_1(t)$。

设 $s_1(t)$错判为 $s_2(t)$的概率 P_{b1}，可表示为

$$P_{b1} = \int_{V_d}^{\infty} p_1(y)\mathrm{d}y$$

设 $s_2(t)$错判为 $s_1(t)$的概率 P_{b2}，可表示为

$$P_{b2} = \int_{-\infty}^{V_d} p_2(y)\mathrm{d}y$$

信源发 $s_1(t)$和 $s_2(t)$的概率分别为 P_1 和 P_2，则传输系统的总误

比特率为

$$P_b = P_1 P_{b1} + P_2 P_{b2}$$
$$= P_1 \int_{V_d}^{\infty} p_1(y) \mathrm{d}y + P_2 \int_{-\infty}^{V_d} p_2(y) \mathrm{d}y$$

为求出最佳判决门限,令

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_d} = 0$$

因此有

$$P_2 p_2(V_d) - P_1 p_1(V_d) = 0$$
$$\frac{p_2(V_d)}{p_1(V_d)} = \frac{P_1}{P_2}$$

将 $p_2(V_d)$和 $p_1(V_d)$代入,得最佳门限值为

$$V_d = \frac{B}{2} + \frac{\sigma^2}{B} \ln \frac{P_1}{P_2}$$

(4) 当 $P_1 = P_2$ 时,V_d 的取值为

$$V_d = \frac{B}{2}$$

(5) 当 $P_1 = P_2$ 时,$P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$,总误比特率为

$$P_b = P_1 P_{b1} + P_2 P_{b2}$$
$$= \frac{1}{2} \int_{B/2}^{\infty} p_1(y) \mathrm{d}y + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{B/2} p_2(y) \mathrm{d}y$$

幅度概率密度函数 $p_1(y)$和 $p_2(y)$是对称的,所以 P_{b1} 和 P_{b2} 相等,总误比特率可表示为

$$P_b = P_{b1} = \int_{B/2}^{\infty} p_1(y) \mathrm{d}y = \int_{B/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \mathrm{e}^{-y^2/(2\sigma^2)} \mathrm{d}y$$

$$= Q\left(\frac{B}{2\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{B^2}{4\sigma^2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$$

式中

$$r = \frac{B^2}{2\sigma^2}$$

为接收机输入信噪比。

5. 已知(7,4)循环码的生成多项式 $g_2(x)=x^3+x^2+1$。当信息码组 $D=[1011]$时，求输出的系统循环码组 C。(8 分)

解　当信息码组 $D=[1011]$时，信息码组多项式和升位后的多项式为

$$d(x)=x^3+x+1$$

$$x^{7-4}d(x)=x^3(x^3+x+1)=x^6+x^4+x^3$$

求余式 $R(x)$的竖式为

$$\begin{array}{r|l} & x^3+x^2 \text{-------------} d_1(x) \\ \hline x^3+x^2+1 & x^6+\quad x^4+x^3 \\ & x^6+x^5\quad +x^3 \\ \hline & \quad x^5+x^4 \\ & \quad x^5+x^4\quad +x^2 \\ \hline & \qquad\qquad x^2 \text{------} R(x) \end{array}$$

余式和码组多项式分别为

$$R(x)=x^2$$

$$c(x)=x^6+x^4+x^3+x^2$$

可求出系统循环码组为

$$C=[1011100]$$

10.2　自测题二及参考答案

自测题二(A 卷)

一、填空题(共 40 分)

1. 模拟线性调制信号的形式有 AM、DSB、SSB、VSB，当基带信号的带宽为 W 时，带宽为 W 的信号形式是________，带宽为 $2W$ 的信号形式是________，带宽为 $W\sim 2W$ 的信号形式是________。(4 分)

2. 中波广播使用的调制方式为________，解调方式为________，载波频率范围为________。立体声广播的发送信号使用的调制方式为________，相应的解调方式为________，载波频率范围为________。(6分)

3. CCITT 建议的对数压缩特性为________，我国使用的压缩特性为________。对数压缩特性对大信号的作用是________，对小信号的作用是________，对动态范围的作用是________。(6分)

4. 信源编码的目的是________，信道编码的目的是________。采用多进制的目的是________。采用时域均衡的目的是________。(4分)

5. 设低通型信道的带宽为5kHz，采用无串扰波形时最高码元传输速率为________，采用全升余弦信号时最高码元传输速率为________，采用二进制 NRZ 码时最高信息传输速率为________，采用二进制 RZ 码时最高信息传输速率为________，采用八进制 NRZ 码时最高信息传输速率为________。(5分)

6. (7,3)码的码距为4，该码的差错控制能力分为以下几种情况：________。(3分)

7. 某种型号的误码仪中 m 序列使用的特征多项式为 x^9+x^5+1，该序列的周期为________，最长的1码码元数目为________，最长的0码码元数目为________，1码个数比0码个数多________个。m 序列的主要特点为________。(6分)

8. 使用了复用方式的6种信号为：①立体声调频广播，②STM-1，③普通调频广播，④模拟电视信号，⑤调幅广播和⑥PDH。其中属于频分复用方式的有________，属于时分复用方式的有________。(写序号，6分)

二、计算问答题(共60分)

1. 角调制信号的表达式为 $s(t)=5\cos[4\times10^6\pi t+5\cos(4\times$

$10^3\pi t)$]。(1)若已知 $s(t)$是调制信号为 $f(t)$的调相信号，其相移常数 $K_{PM}=5\text{rad/V}$，写出调制信号 $f(t)$的表达式；(2)若已知 $s(t)$是调制信号为 $f(t)$的调频信号，其频偏常数 $K_{FM}=10\text{kHz/V}$，写出调制信号 $f(t)$的表达式。(13 分)

2. 对 6 路模拟信号进行编码及复用，信息速率为 384kbit/s。(1)采用 A 律 13 折线编码，求模拟信号的最高频率 f_1；(2)采用量化级 $L=128$ 的线性编码，求模拟信号的最高频率 f_2。(12 分)

3. 信息速率为 5×10^6 bit/s，基带信号先通过 $\alpha=0.5$ 的升余弦滚降滤波器，再对载波进行调制。(1)求 2ASK 信号的传输带宽和频带利用率；(2)如果传输带宽不变，信息速率提高到 3 倍，这时可采用哪种调制方式？列出有关计算式。(15 分)

4. 二进制信码为 1110000010100001l。(1)画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形；(2)画出前 6 位码的 NRZ 码和数字双相码的波形，设计从数字双相码中提取位定时分量的原理框图。(15 分)(提示：在数字双相码中，0 码用 10 表示，1 码用 01 表示)

5. 试解释 A 律压缩特性中压缩系数为 87.6 的物理意义。(5 分)

自测题二(B 卷)

一、填空题(共 40 分)

1. 模拟线性调制信号的形式有 AM、DSB、SSB、VSB，其中带宽和基带信号带宽相同的信号是________，带宽是基带信号带宽 2 倍的信号是________，带宽是基带信号带宽 1～2 倍的信号是________。(4 分)

2. 模拟地面电视采用的调制方式有以下 3 种：①VSB，②DSB，③FM。方式①的调制信号是________，调制方式的目的是________。方式②的调制信号是________，调制方式的目

的是________。方式③的调制信号是________,调制方式的目的是________。模拟地面电视规定1个频道的带宽是________。(7分)

3. 信源编码的目的是________,举出信源编码的两种名称:________。信道编码的目的是________,举出信道编码的两种名称:________。(6分)

4. 设低通型信道的带宽为4kHz,采用二进制NRZ码时最高码元传输速率为________,采用理想低通信号时最高信息传输速率为________,采用全升余弦信号时最高信息传输速率为________,采用八进制NRZ码时最高信息传输速率为________。(4分)

5. 在2DPSK信号中,相对码(传号差分码)取1码和0码时载波相位分别为0、π。设绝对码的前一位码的载波相位为0,绝对码取0码和1码时载波相位分别为________。2DPSK信号的解调方法有________。(4分)

6. 差错控制方式有________。(6,3)码的码距为3,该码的差错控制能力分为以下几种情况:________。(6分)

7. m序列使用的特征多项式为x^5+x^3+1,该序列的周期为________,最长的1码码元数目为________,最长的0码码元数目为________,1码个数比0码个数多________个。(4分)

8. 复用的方式有频分复用和时分复用,举出频分复用的3个实例:①________②________③________;举出时分复用的2个实例:①________②________。(5分)

二、计算问答题(共60分)

1. 角调制信号的表达式为$s(t)=5\cos[2\times10^6\pi t+5\sin(2\times10^3\pi t)]$。(1)若已知$s(t)$是调制信号为$f(t)$的调频信号,其频移常数$K_{FM}=5000\pi\text{rad}/(\text{V}\cdot\text{s})$,写出调制信号$f(t)$的表达式,求出调频信号的带宽。(2)将调制信号的幅度加倍后再求调频

信号的带宽。(13 分)

2. 音频信号频率均限制在 5kHz 以下。对 6 路信号进行 PCM 编码及复用。(1)求 6 路信号的最低抽样频率;(2)采用 A 律 13 折线进行量化编码,求信息速率 R_1;(3)采用量化级 $L=1024$ 的均匀量化编码,求信息速率 R_2。(12 分)

3. 信息速率为 8×10^6 bit/s,基带信号通过 $\alpha=0.6$ 的升余弦滚降滤波器后再对载波进行调制。(1)求 2PSK 信号的传输带宽和频带利用率;(2)如果传输带宽不变,信息速率提高 1 倍,这时可采用哪种调制方式?列出有关计算式。(15 分)

4. 二进制信码为 1101000011000101。(1)画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形;(2)画出前 6 位码的 NRZ 码和数字双相码的波形,设计从数字双相码中提取位定时分量的原理框图,画出波形示意图。(15 分)(提示:在数字双相码中,0 码用 10 表示,1 码用 01 表示)

5. 简述调幅广播和调频广播的区别。(5 分)

自测题二(A 卷)参考答案

一、填空题(共 40 分)

1. 模拟线性调制信号的形式有 AM、DSB、SSB、VSB,当基带信号的带宽为 W 时,带宽为 W 的信号形式是SSB,带宽为 $2W$ 的信号形式是AM 和 DSB,带宽为 $W\sim2W$ 的信号形式是VSB。(4 分)

2. 中波广播使用的调制方式为常规调幅(AM),解调方式为包络检波,载波频率范围为535～1605kHz。立体声广播的发送信号使用的调制方式为调频(FM),相应的解调方式为鉴频,载波频率范围为87～108MHz。(6 分)

3. CCITT 建议的对数压缩特性为A 律和 μ 律,我国使用的压缩特性为A 律。对数压缩特性对大信号的作用是降低信噪

比,对小信号的作用是提高信噪比,对动态范围的作用是扩大。(6分)

4. 信源编码的目的是把模拟信号变为数字信号,信道编码的目的是降低数字信号传输的差错率。采用多进制的目的是提高频带利用率。采用时域均衡的目的是减小码间串扰。(4分)

5. 设低通型信道的带宽为5kHz,采用无串扰波形时最高码元传输速率为10kbaud,采用全升余弦信号时最高码元传输速率为5kbaud,采用二进制NRZ码时最高信息传输速率为5kbit/s,采用二进制RZ码时最高信息传输速率为2.5kbit/s,采用八进制NRZ码时最高信息传输速率为15kbit/s。(5分)

6. (7,3)码的码距为4,该码的差错控制能力分为以下几种情况:纠1错;检3错;纠1错同时检2错。(3分)

7. 某种型号的误码仪中m序列使用的特征多项式为 x^9+x^5+1,该序列的周期为511,最长的1码码元数目为9,最长的0码码元数目为8,1码个数比0码个数多1个。m序列的主要特点为规律性和随机性。(6分)

8. 使用了复用方式的6种信号为:①立体声调频广播,②STM-1,③普通调频广播,④模拟电视信号,⑤调幅广播和⑥PDH。其中属于频分复用方式的有①、③、④、⑤,属于时分复用方式的有②、⑥。(写序号,6分)

二、计算问答题(共60分)

1. 角调制信号的表达式为 $s(t)=5\cos[4\times10^6\pi t+5\cos(4\times10^3\pi t)]$。(1)若已知 $s(t)$ 是调制信号为 $f(t)$ 的调相信号,其相移常数 $K_{PM}=5\text{rad/V}$,写出调制信号 $f(t)$ 的表达式;(2)若已知 $s(t)$ 是调制信号为 $f(t)$ 的调频信号,其频偏常数 $K_{FM}=10\text{kHz/V}$,写出调制信号 $f(t)$ 的表达式。(13分)

解　(1) 调相信号的表达式为

$$s(t)=5\cos[4\times10^6\pi t+5\cos(4\times10^3\pi t)]$$

$$= 5\cos[4 \times 10^6 \pi t + K_{PM} f(t)]$$

相位偏移可表示为

$$K_{PM} f(t) = 5\cos(4 \times 10^3 \pi t)$$

上式中相移常数 $K_{PM}=5\text{rad/V}$，可求出 $f(t)$的表达式为

$$f(t) = \frac{5}{K_{PM}}\cos(4 \times 10^3 \pi t)$$

$$= \frac{5}{5}\cos(4 \times 10^3 \pi t)$$

$$= \cos(4 \times 10^3 \pi t)$$

(2) 调频信号的表达式为

$$s(t) = 5\cos[4 \times 10^6 \pi t + 5\cos(4 \times 10^3 \pi t)]$$

$$= 5\cos\left[4 \times 10^6 \pi t + K_{FM}\int f(t)\mathrm{d}t\right]$$

相位偏移可表示为

$$K_{FM}\int f(t)\mathrm{d}t = 5\cos(4 \times 10^3 \pi t)$$

$f(t)$要满足的关系式为

$$\int f(t)\mathrm{d}t = \frac{5\cos(4 \times 10^3 \pi t)}{K_{FM}}$$

上式中频偏常数 $K_{FM}=10\text{kHz/V}$。对上式进行运算可求出 $f(t)$的表达式为

$$f(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{5}{K_{FM}}\cos(4 \times 10^3 \pi t)\right]$$

$$= -\frac{5 \times 4 \times 10^3 \pi}{2\pi \times 10 \times 10^3}\sin(4 \times 10^3 \pi t)$$

$$= -\sin(4 \times 10^3 \pi t)$$

2. 对 6 路模拟信号进行编码及复用，信息速率为384kbit/s。(1)采用 A 律 13 折线编码，求模拟信号的最高频率 f_1；(2)采用量化级 $L=128$ 的线性编码，求模拟信号的最高频率 f_2。(12 分)

解　(1) 由题目条件已知对 6 路模拟信号进行编码及复用，

信息速率为384kbit/s。设每路信号的信息速率为R_1,可计算出

$$R_1=\frac{384}{6}=64(\text{kbit/s})$$

采用A律13折线编码,编码位数n为

$$n=8$$

对每路信号的抽样频率为f_{s1},可得

$$f_{s1}=\frac{R_1}{n}=\frac{64}{8}=8(\text{kHz})$$

模拟信号的最高频率f_1为

$$f_1=\frac{f_s}{2}=4(\text{kHz})$$

(2) 采用量化级$L=128$的线性编码,编码位数n为

$$n=\log_2 128=7$$

对每路信号的抽样频率为f_{s2},可得

$$f_{s2}=\frac{R_1}{n}=\frac{64}{7}=9.14(\text{kHz})$$

模拟信号的最高频率f_2为

$$f_2=\frac{f_{s2}}{2}=4.57(\text{kHz})$$

3. 信息速率为5×10^6 bit/s,基带信号先通过$\alpha=0.5$的升余弦滚降滤波器,再对载波进行调制。(1)求2ASK信号的传输带宽和频带利用率;(2)如果传输带宽不变,信息速率提高到3倍,这时可采用哪种调制方式?列出有关计算式。(15分)

解 (1) 由题目条件可知信息速率$R_b=5\times10^6$ bit/s,升余弦滚降系数$\alpha=0.5$,基带信号的传输带宽

$$\begin{aligned}B_B&=\frac{1+\alpha}{2T}=\frac{(1+\alpha)R_b}{2}\\&=\frac{(1+0.5)\times5\times10^6}{2}\\&=3.75\times10^6(\text{Hz})\end{aligned}$$

2ASK 信号的传输带宽

$$B_{2ASK}=2B_B=2\times3.75\times10^6=7.5\times10^6(Hz)$$

2ASK 信号的频带利用率

$$\eta_{b,2ASK}=\frac{1}{1+\alpha}=\frac{1}{1+0.5}=0.67(bit/(s\cdot Hz))$$

(2) 频带利用率的定义式为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}$$

2ASK 信号的频带利用率 $\eta_{b,2ASK}$ 的表达式为

$$\eta_{b,2ASK}=\frac{1}{1+\alpha}$$

如果传输带宽不变,信息速率提高到 3 倍,则信号的频带利用率要提高到 3 倍,调制方式必须采用多进制。设多进制数为 M,M 进制已调信号的频带利用率为

$$\eta_{b,M}=\frac{1}{1+\alpha}\log_2M$$

信号的频带利用率要提高到 3 倍,即

$$\eta_{b,M}=3\eta_{b,2ASK}$$

要求 M 值满足关系式

$$\log_2M=3$$

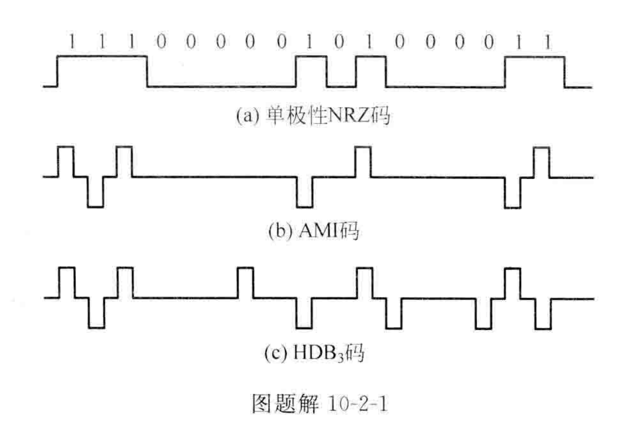
求出 M 值为

$$M=2^3=8$$

调制方式可采用 8ASK、8PSK。

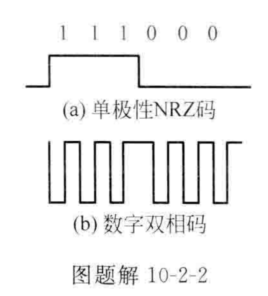
4. 二进制信码为 1110000010100001l。(1)画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形;(2)画出前 6 位码的 NRZ 码和数字双相码的波形,设计从数字双相码中提取位定时分量的原理框图。(15 分)(提示:在数字双相码中,0 码用 10 表示,1 码用 01 表示)

解　(1) 单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形如图题解 10-2-1 所示。



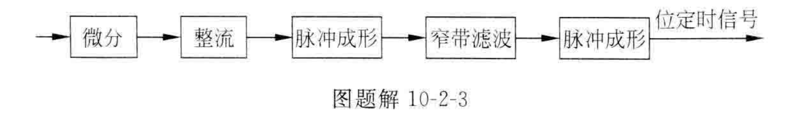
图题解 10-2-1

(2) 前 6 位码的 NRZ 码和数字双相码的波形如图题解 10-2-2 所示。



图题解 10-2-2

从数字双相码中提取位定时分量的原理框图如图题解 10-2-3 所示。



图题解 10-2-3

5. 试解释 A 律压缩特性中压缩系数为 87.6 的物理意义。(5 分)

答：A 律压缩特性无法精确实现，只能用折线近似。A 律

13 折线起始段的斜率和 $A=87.6$ 的压缩特性曲线起始段的斜率相等，均为 16。所以 A 律 13 折线逼近的是 $A=87.6$ 的压缩特性。A 律压缩特性是理论基础，A 律 13 折线是工程实现，$A=87.6$ 是 13 折线和压缩特性的关系。

自测题二(B 卷)参考答案

一、填空题(共 40 分)

1. 模拟线性调制信号的形式有 AM、DSB、SSB、VSB，其中带宽和基带信号带宽相同的信号是SSB，带宽是基带信号带宽 2 倍的信号是AM、DSB，带宽是基带信号带宽 1～2 倍的信号是VSB。(4 分)

2. 模拟地面电视采用的调制方式有以下 3 种：①VSB，②DSB，③FM。方式①的调制信号是亮度信号，调制方式的目的是节省带宽。方式②的调制信号是色差信号，调制方式的目的是与黑白电视兼容。方式③的调制信号是伴音信号，调制方式的目的是保障伴音信号的质量。模拟地面电视规定 1 个频道的带宽是8MHz。(7 分)

3. 信源编码的目的是把模拟信号变为数字信号，举出信源编码的两种名称：脉冲编码调制、增量调制。信道编码的目的是降低数字信号传输的差错率，举出信道编码的两种名称：奇偶校验码、线性分组码。(6 分)

4. 设低通型信道的带宽为 4kHz，采用二进制 NRZ 码时最高码元传输速率为4kbaud，采用理想低通信号时最高信息传输速率为 8kbit/s，采用全升余弦信号时最高信息传输速率为4kbit/s，采用八进制 NRZ 码时最高信息传输速率为12kbit/s。(4 分)

5. 在 2DPSK 信号中，相对码(传号差分码)取 1 码和 0 码时载波相位分别为 0、π。设绝对码的前一位码的载波相位为 0，

绝对码取0码和1码时载波相位分别为0、π。2DPSK信号的解调方法有相干解调和延迟解调。(4分)

6. 差错控制方式有前向纠错、检错重发、混合检错。(6,3)码的码距为3,该码的差错控制能力分为以下几种情况:纠1错;检2错;纠1错同时检1错。(6分)

7. m序列使用的特征多项式为x^5+x^3+1,该序列的周期为31,最长的1码码元数目为5,最长的0码码元数目为4,1码个数比0码个数多1个。(4分)

8. 复用的方式有频分复用和时分复用,举出频分复用的3个实例:①立体声调频广播、②模拟电视信号、③调幅广播;举出时分复用的2个实例:①STM-1、②E1。(5分)

二、计算问答题(共60分)

1. 角调制信号的表达式为$s(t)=5\cos[2\times10^6\pi t+5\sin(2\times10^3\pi t)]$。(1)若已知$s(t)$是调制信号为$f(t)$的调频信号,其频移常数$K_{FM}=5000\pi\text{rad}/(\text{V}\cdot\text{s})$,写出调制信号$f(t)$的表达式,求出调频信号的带宽。(2)将调制信号的幅度加倍后再求调频信号的带宽。(13分)

解　(1) 调频信号的表达式为

$$\begin{aligned}s(t)&=5\cos[2\times10^6\pi t+5\sin(2\times10^3\pi t)]\\&=5\cos\left[2\times10^6\pi t+K_{FM}\int f(t)\,\mathrm{d}t\right]\end{aligned}$$

相位偏移可表示为

$$K_{FM}\int f(t)\,\mathrm{d}t=5\sin(2\times10^3\pi t)$$

$f(t)$要满足的关系式为

$$\int f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{5\sin(2\times10^3\pi t)}{K_{FM}}$$

上式中频偏常数$K_{FM}=5000\pi\text{rad}/(\text{V}\cdot\text{s})$。对上式进行运算可求出$f(t)$的表达式为

$$f(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{5}{K_{\mathrm{FM}}}\sin(2\times10^{3}\pi t)\right]$$
$$=\frac{5\times2\times10^{3}\pi}{5\times10^{3}\pi}\cos(2\times10^{3}\pi t)$$
$$=2\cos(2\times10^{3}\pi t)$$

基带信号的表达式为

$$f(t)=A_{\mathrm{m}}\cos\omega_{\mathrm{m}}t=2\cos(2\times10^{3}\pi t)$$

基带信号的幅度和频率分别为

$$A_{\mathrm{m}}=2\mathrm{V},\quad f_{\mathrm{m}}=1\mathrm{kHz}$$

调频信号的调频指数为

$$\beta_{\mathrm{FM}}=\frac{K_{\mathrm{FM}}A_{\mathrm{m}}}{\omega_{\mathrm{m}}}=\frac{5\times10^{3}\pi\times2}{2\times10^{3}\pi}=5$$

可求出调频信号的带宽

$$B_{\mathrm{FM}}=2(1+\beta_{\mathrm{FM}})f_{\mathrm{m}}=2\times(1+5)\times1=12(\mathrm{kHz})$$

(2) 调制信号的幅度加倍后，调频指数随之加倍，即

$$\beta_{\mathrm{FM1}}=2\beta_{\mathrm{FM}}=2\times5=10$$

又知 $f_{\mathrm{m}}=1\mathrm{kHz}$，可求出调频信号的带宽

$$B_{\mathrm{FM1}}=2(1+\beta_{\mathrm{FM1}})f_{\mathrm{m}}=2\times(1+10)\times1=22(\mathrm{kHz})$$

2. 音频信号频率均限制在 5kHz 以下。对 6 路信号进行 PCM 编码及复用。(1)求 6 路信号的最低抽样频率；(2)采用 A 律 13 折线进行量化编码，求信息速率 R_1；(3)采用量化级 $L=1024$ 的均匀量化编码，求信息速率 R_2。(12 分)

解　(1) 由题目条件已知音频信号频率均限制在 5kHz 以下。对 6 路信号进行 PCM 编码及复用，6 路信号的最低抽样频率为

$$f_{\mathrm{s}}=2\times5\times6=60(\mathrm{kHz})$$

(2) 采用 A 律 13 折线进行量化编码，编码位数 n 为

$$n=8$$

信息速率 R_1 为

$$R_1=nf_{\mathrm{s}}=8\times60=480(\mathrm{bit/s})$$

(3) 采用量化级 $L=1024$ 的均匀量化编码，编码位数 n 为

$$n = \log_2 L = \log_2 1024 = 10$$

信息速率 R_2 为

$$R_2 = nf_s = 10 \times 60 = 600(\text{bit/s})$$

3. 信息速率为 8×10^6 bit/s，基带信号通过 $\alpha=0.6$ 的升余弦滚降滤波器后再对载波进行调制。(1)求 2PSK 信号的传输带宽和频带利用率；(2)如果传输带宽不变，信息速率提高 1 倍，这时可采用哪种调制方式？列出有关计算式。(15 分)

解　(1) 信息速率为 8×10^6 bit/s，基带信号通过 $\alpha=0.6$ 的升余弦滚降滤波器，基带信号的带宽为

$$\begin{aligned} B_B &= \frac{1+\alpha}{2T} = \frac{(1+\alpha)R_b}{2} \\ &= \frac{(1+0.6)\times 8\times 10^6}{2} \\ &= 6.4\times 10^6(\text{Hz}) \end{aligned}$$

2PSK 信号的传输带宽

$$B_{2PSK} = 2B_B = 2\times 6.4\times 10^6 = 1.28\times 10^7(\text{Hz})$$

2PSK 信号的频带利用率

$$\eta_{b,2PSK} = \frac{1}{1+\alpha} = \frac{1}{1+0.6} = 0.63(\text{bit/(s}\cdot\text{Hz))}$$

(2) 频带利用率的定义式为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B}$$

2PSK 信号的频带利用率 $\eta_{b,2PSK}$ 的表达式为

$$\eta_{b,2PSK} = \frac{1}{1+\alpha}$$

如果传输带宽不变，信息速率提高 1 倍，则信号的频带利用率要提高 1 倍，调制方式必须采用多进制。设多进制数为 M，M 进制已调信号的频带利用率

$$\eta_{b,M} = \frac{1}{1+\alpha}\log_2 M$$

信号的频带利用率要提高 1 倍，即

$$\eta_{b,M} = 2\eta_{b,2PSK}$$

要求 M 值满足关系式

$$\log_2 M = 2$$

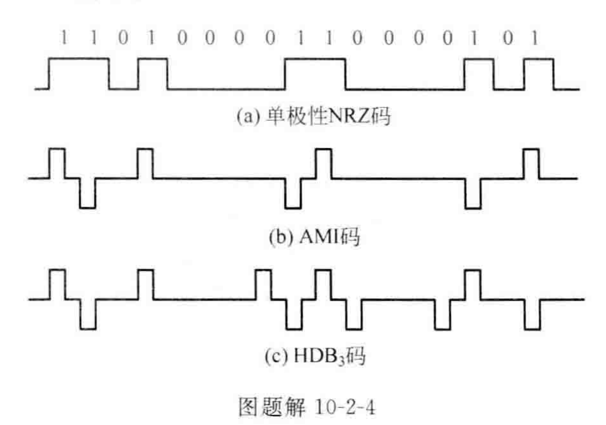
求出 M 值为

$$M = 2^2 = 4$$

调制方式可采用 4ASK、4PSK、4QAM。

4. 二进制信码为 1101000011000101。(1)画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形；(2)画出前 6 位码的 NRZ 码和数字双相码的波形，设计从数字双相码中提取位定时分量的原理框图，画出波形示意图。(15 分)(提示：在数字双相码中，0 码用 10 表示，1 码用 01 表示)

解　(1) 单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形如图题解 10-2-4 所示。



(a) 单极性NRZ码

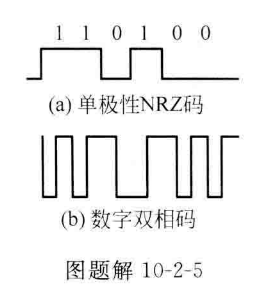
(b) AMI码

(c) HDB_3码

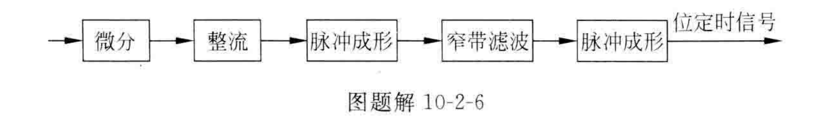
图题解 10-2-4

(2) 前 6 位码的 NRZ 码和数字双相码的波形如图题解 10-2-5 所示。(提示：0 码用 10 表示，1 码用 01 表示)

从数字双相码中提取位定时分量的原理框图如图题解 10-2-6 所示。



图题解 10-2-5



图题解 10-2-6

5. 简述调幅广播和调频广播的区别。(5分)

调幅广播使用的调制方式是常规调幅。音频信号的最高频率取4.5kHz,常规调幅信号的带宽取9kHz,电台之间的间隔大于9kHz。调幅广播使用的载波为中波和短波,中波载波频率范围为535~1605kHz,短波载波频率范围为3.9~18MHz。调幅广播信号抗干扰性能差,信号的质量低。

调频广播使用的调制方式是宽带调频。音频信号的最高频率取15kHz,宽带调频信号的带宽取180kHz,电台之间的间隔取200kHz。调频广播使用的载波频率范围为87~108MHz。调频广播信号的抗干扰性能强,信号的质量高。

10.3 自测题三及参考答案

自测题三(A卷)

一、填空题(共30分)

1. 模拟线性调制信号的形式有________,其中带宽最窄的信号是________,带宽相同的信号是________。(7分)

2. 立体声广播采用的调制方式有①DSB 和②宽带 FM。①的目的是________,②的目的是________。(2 分)

3. 8 种信号为:①空号差分码,②2FSK,③RZ,④2B1Q,⑤GMSK,⑥QAM,⑦2ASK,⑧CMI。其中属于数字基带信号的有________,属于数字调制信号的有________。(写序号,8 分)

4. 在(7,4)线性分组码中,编码码组长度为________,信息码元长度为________,监督码元长度为________。该码的最小码重为 3,该码的最小码距为________,差错控制能力分为以下几种情况:________。(7 分)

5. 使用了复用方式的 6 种信号为:①立体声基带信号,②调频广播,③短波广播,④μ 律基群,⑤中波广播,⑥A 律二次群。其中属于频分复用方式的有________,属于时分复用方式的有________。(写序号,6 分)

二、判断题(在空格处填入×或√,共 10 分)

1. 16QAM 的抗噪声性能优于 16PSK。　(　)
2. OFDM 是单载波调制技术。　(　)
3. PCM 编码和 ΔM 编码都是斜率编码。　(　)
4. QPSK 和 OQPSK 只能用相干解调。　(　)
5. MSK 的带外功率谱密度下降与 QPSK 相同。　(　)

三、计算题(共 50 分)

1. 一角度调制信号 $s(t)=50\cos[2\pi f_c t+5\cos(2\pi f_m t)]$,其中 $f_m=1\text{kHz}$,$f_c=1\text{MHz}$。(1)若已知 $s(t)$是调制信号为 $m(t)$的调相信号,其相移常数 $K_{PM}=5\text{rad/V}$,写出调制信号 $m(t)$的表达式;(2)若已知 $s(t)$是调制信号为 $m(t)$的调频信号,其频偏常数 $K_{FM}=2\pi\times5000\text{rad/(V·s)}$,写出调制信号 $m(t)$的表达式;(3)写出 $s(t)$的近似带宽。(10 分)

2. 二进制信码是周期为 24bit 的码组 110100000110000010000010。画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。(8 分)

3. 已知特征多项式的系数为23。(1)写出1个特征多项式;(2)画出移位寄存器的连接形式;(3)设初始状态为0001,通过列表求输出序列;(4)由输出序列的长度判断其是否为m序列。(10分)

4. 设某带通型信道带宽为4kHz,基带信号是$\alpha=0.5$的升余弦滚降信号。(1)求2PSK信号可达到的信息速率和频带利用率;(2)如果传输带宽不变,信息速率提高到4倍,这时可采用哪种调制方式?列出有关计算式。(10分)

5. 使用匹配滤波器接收的2FSK系统,设误比特率$P_b<1.5\times10^{-6}$。信号的幅度$A=10$V,白噪声单边功率谱密度$n_0=4\times10^{-7}$W/Hz。(1)求码元速率是多少?(2)如果模拟信号的最高频率为5×10^3Hz,采用10bit PCM编码,试问可以传输多少路模拟信号?(提示:$Q(x)=1.66\times10^{-6}$,$x=4.65$;$Q(x)=1.30\times10^{-6}$,$x=4.70$)(12分)

四、简答题(共10分)

1. 简要说明数字通信相比模拟通信的最主要的优点。(5分)

2. 简述信源编码和信道编码的区别。各举出两个编码名称。(5分)

自测题三(B卷)

一、填空题(共30分)

1. 立体声广播使用的调制方式为________,规定电台之间的间隔是________。模拟地面电视中的亮度信号使用的调制方式为________,解调方式为________。(4分)

2. 单边带信号产生的方法有________________,残留边带信号解调的方法有____________________。2DPSK信号解调的方法有____________________。(6分)

3. 以________为代表的多载波调制技术可采用________来实现多个载波的调制，是________移动通信的关键技术。(6 分)

4. 在(7,3)线性分组码中，编码码组长度为________，信息码元长度为________，监督码元长度为________。该码的最小码重为 3，该码的最小码距为________，差错控制能力分为以下几种情况：________。(7 分)

5. 使用了复用方式的 7 种信号为：①立体声广播，②模拟电视信号，③32 路 ΔM 终端，④μ 律二次群，⑤调幅广播，⑥A 律基群，⑦同步数字序列。其中属于频分复用方式的有________，属于时分复用方式的有________。(写序号，7 分)

二、判断题(在空格处填入×或√，共 10 分)

1. 与均匀量化相比，对数量化的目的是提高小信号的量化信噪比。　(　)

2. 2DPSK 信号相对于绝对码是绝对调相。　(　)

3. MSK 是相位连续的频移键控信号。　(　)

4. A 律基群的时隙数为 32，可传输的话路数为 32。　(　)

5. QAM 是幅度和相位联合键控的调制方式。　(　)

三、计算题(共 50 分)

1. 一角度调制信号 $s(t)=60\cos[2\pi f_c t+6\sin(2\pi f_m t)]$，其中 $f_m=1\text{kHz}$，$f_c=1\text{MHz}$。(1)若已知 $s(t)$ 是调制信号 $m(t)$ 的调相信号，其相移常数 $K_{PM}=6\text{rad/V}$，写出调制信号 $m(t)$ 的表达式；(2)若已知 $s(t)$ 是调制信号 $m(t)$ 的调频信号，其频移常数 $K_{FM}=2\pi\times3000\text{rad/(V}\cdot\text{s)}$，写出调制信号 $m(t)$ 的表达式；(3)写出 $s(t)$ 的近似带宽。(10 分)

2. 二进制信码是周期为 24bit 的码组 101100000101000001000010 0。画出单极性 NRZ、AMI、HDB$_3$ 码的波形。(8 分)

3. 已知特征多项式的系数 62。(1)写出 1 个特征多项式；

(2)画出移位寄存器的连接形式；(3)设初始状态为0001，通过列表求输出序列；(4)由输出序列的长度判断其是否为m序列。(10分)

4. 设某带通型信道带宽为12kHz，基带信号先通过$\alpha=0.3$的升余弦滚降滤波器，再对载波进行调制。(1)求2ASK信号可达到的最高信息速率和频带利用率；(2)如果传输带宽减为1/3而信息速率保持不变，这时可采用哪种调制方式？列出有关计算式。(10分)

5. 使用匹配滤波器接收的2PSK系统，设误比特率$P_b<2\times10^{-6}$。信号的幅度$A=10$V，白噪声功率谱密度$n_0=3.5\times10^{-7}$W/Hz。(1)求码元速率是多少？(2)如果模拟信号的最高频率为5×10^3Hz，采用10bit PCM编码，试问可以传输多少路模拟信号？(12分)(提示：$Q(x)=2.11\times10^{-6}$，$x=4.60$；$Q(x)=1.66\times10^{-6}$，$x=4.65$)

四、简答题(共10分)

1. 试分析宽带调频信号和常规调幅信号的主要区别。(5分)

2. 简述HDB_3码的优点。(5分)

自测题三(A卷)参考答案

一、填空题(共30分)

1. 模拟线性调制信号的形式有<u>AM、DSB、SSB、VSB</u>，其中带宽最窄的信号是<u>SSB</u>，带宽相同的信号是<u>AM、DSB</u>。(7分)

2. 立体声广播采用的调制方式有①DSB和②宽带FM。①的目的是<u>形成频分复用的立体声基带信号</u>，②的目的是<u>形成抗噪声性能强的发送信号</u>。(2分)

3. 8种信号为：①空号差分码，②2FSK，③RZ，④2B1Q，⑤GMSK，⑥QAM，⑦2ASK，⑧CMI。其中属于数字基带信号的有

①、③、④、⑧，属于数字调制信号的有②、⑤、⑥、⑦。(写序号，8 分)

4. 在(7，4)线性分组码中，编码码组长度为7，信息码元长度为4，监督码元长度为3。该码的最小码重为 3，该码的最小码距为3，差错控制能力分为以下几种情况：纠 1 错；检 2 错；纠 1 错同时检 1 错。(7 分)

5. 使用了复用方式的 6 种信号为：①立体声基带信号，②调频广播，③短波广播，④μ 律基群，⑤中波广播，⑥A 律二次群。其中属于频分复用方式的有①、②、③、⑤，属于时分复用方式的有④、⑥。(写序号，6 分)

二、判断题(在空格处填入×或√，共 10 分)

1. 16QAM 的抗噪声性能优于 16PSK。　(√)
2. OFDM 是单载波调制技术。　(×)
3. PCM 编码和 ΔM 编码都是斜率编码。　(×)
4. QPSK 和 OQPSK 只能用相干解调。　(×)
5. MSK 的带外功率谱密度下降与 QPSK 相同。　(×)

三、计算题(共 50 分)

1. 一角度调制信号 $s(t)=50\cos[2\pi f_c t+5\cos(2\pi f_m t)]$，其中 $f_m=1\text{kHz}$，$f_c=1\text{MHz}$。(1)若已知 $s(t)$ 是调制信号为 $m(t)$ 的调相信号，其相移常数 $K_{PM}=5\text{rad/V}$，写出调制信号 $m(t)$ 的表达式；(2)若已知 $s(t)$ 是调制信号为 $m(t)$ 的调频信号，其频偏常数 $K_{FM}=2\pi\times5000\text{rad/(V}\cdot\text{s)}$，写出调制信号 $m(t)$ 的表达式；(3)写出 $s(t)$ 的近似带宽。(10 分)

解　(1) $s(t)$ 是调制信号为 $m(t)$ 的调相信号，$s(t)$ 可表达为

$$
\begin{aligned}
s(t) &= 50\cos[2\pi f_c t + 5\cos(2\pi f_m t)] \\
&= 50\cos[2\pi f_c t + K_{PM} m(t)]
\end{aligned}
$$

相位偏移可表示为

$$K_{PM} m(t) = 5\cos 2\pi f_m t$$

上式中相移常数 $K_{PM}=5\text{rad/V}$，可求出 $m(t)$ 的表达式为

$$m(t)=\frac{5}{K_{PM}}\cos 2\pi f_m t=\frac{5}{5}\cos(2\times10^3\pi t)=\cos(2\times10^3\pi t)$$

(2) $s(t)$是调制信号为$m(t)$的调频信号，$s(t)$可表达为

$$\begin{aligned}s(t)&=50\cos[2\pi f_c t+5\cos(2\pi f_m t)]\\&=50\cos\left[2\pi f_c t+K_{FM}\int m(t)\mathrm{d}t\right]\end{aligned}$$

相位偏移可表示为

$$K_{FM}\int m(t)\mathrm{d}t=5\cos(2\pi f_m t)$$

$m(t)$要满足的关系式为

$$\int m(t)\mathrm{d}t=\frac{5\cos(2\pi f_m t)}{K_{FM}}$$

上式中频偏常数 $K_{FM}=2\pi\times5000\text{rad}/(\text{V}\cdot\text{s})$。对上式进行运算可求出 $m(t)$的表达式为

$$\begin{aligned}m(t)&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{5}{K_{FM}}\cos(2\pi f_m t)\right]\\&=-\frac{5\times2\pi f_m}{K_{FM}}\sin(2\pi f_m t)\\&=-\frac{5\times2\pi\times10^3}{2\pi\times5\times10^3}\sin(2\pi\times10^3 t)\\&=-\sin(2\times10^3\pi t)\end{aligned}$$

(3) 基带信号的表达式为

$$m(t)=A_m\sin\omega_m t=-\sin(2\times10^3\pi t)$$

基带信号的幅度和频率分别为

$$A_m=1\text{V},\quad f_m=1\text{kHz}$$

调频信号的调频指数为

$$\beta_{FM}=\frac{K_{FM}A_m}{\omega_m}=\frac{2\pi\times5\times10^3\times1}{2\times10^3\pi}=5$$

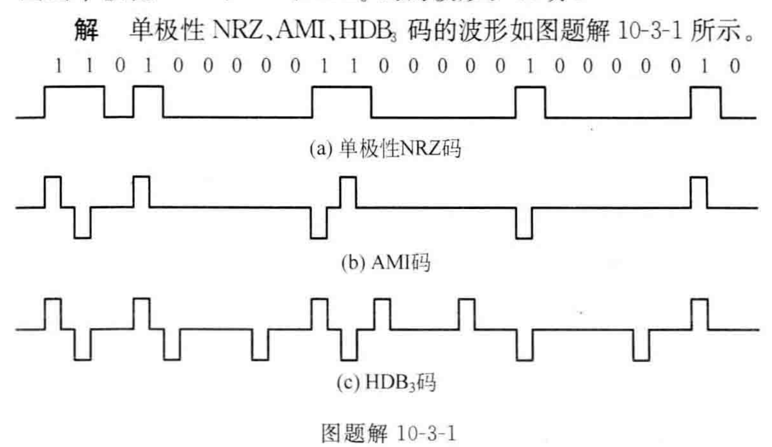
可求出调频信号 $s(t)$的近似带宽

$$B_{FM}=2(1+\beta_{FM})f_m=2\times(1+5)\times1=12(\text{kHz})$$

2. 二进制信码是周期为24bit的码组110100000011000010000010。

画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。（8 分）

解　单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形如图题解 10-3-1 所示。



(a) 单极性NRZ码

(b) AMI码

(c) HDB_3码

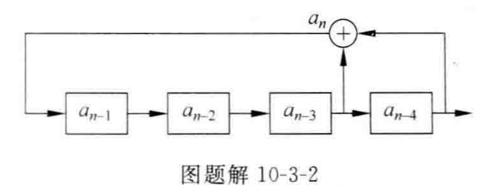
图题解 10-3-1

3. 已知特征多项式的系数为 23。(1)写出 1 个特征多项式；(2)画出移位寄存器的连接形式；(3)设初始状态为 0001，通过列表求输出序列；(4)由输出序列的长度判断其是否为 m 序列。(10 分)

解　(1) 由系数写出特征多项式的过程为

	2			3		
0	1	0	0	1	1	
	C_4	C_3	C_2	C_1	C_0	$F_1(x)=x^4+x+1$
	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	$F_2(x)=x^4+x^3+1$

(2) 选择特征多项式 $F_2(x)=x^4+x^3+1$，与特征多项式相对应的移位寄存器的连接形式如图题解 10-3-2 所示。



图题解 10-3-2

(3) 使用 $F_2(x)=x^4+x^3+1$,设初始状态为0001,m序列发生器状态转移流程图如表题解10-3-1所示。

表题解 10-3-1

移位时钟节拍	第1级 a_{n-1}	第2级 a_{n-2}	第3级 a_{n-3}	第4级 a_{n-4}	反馈值 $a_n=a_{n-3}\oplus a_{n-4}$
0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	1
4	1	0	0	1	1
5	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1
7	1	0	1	1	0
8	0	1	0	1	1
9	1	0	1	0	1
10	1	1	0	1	1
11	1	1	1	0	1
12	1	1	1	1	0
13	0	1	1	1	0
14	0	0	1	1	0
15	0	0	0	1	1
16	1	0	0	0	0

当初始状态为0001,状态转移为:0001,1000,0100,0010,1001,1100,0110,1011,0101,1010,1101,1110,1111,0111,0011,0001。输出序列为000100110101111。

(4) 4级移位寄存器产生的m序列长度为

$$2^4-1=15$$

本题的输出序列的长度为15,是m序列。

4. 设某带通型信道带宽为4kHz,基带信号是 $\alpha=0.5$ 的升余弦滚降信号。(1)求2PSK信号可达到的信息速率和频带利

用率；(2)如果传输带宽不变，信息速率提高到 4 倍，这时可采用哪种调制方式？列出有关计算式。(10 分)

解　(1) **解法一**

2PSK 信号可达到的频带利用率

$$\eta_{b,2PSK} = \frac{2}{1+\alpha} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{1+\alpha} = \frac{1}{1.5} = 0.67(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

频带利用率的定义式为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B}$$

因此，可求出 2PSK 信号可达到的信息速率

$$R_b = B\eta_b = 4 \times 10^3 \times 0.67 = 2.7 \times 10^3 (\text{bit/s})$$

解法二

2PSK 信号的带宽和信息速率的关系为

$$B = \frac{1+\alpha}{2} \times R_b \times 2 = (1+\alpha)R_b$$

2PSK 信号可达到的信息速率为

$$R_b = \frac{B}{1+\alpha} = \frac{4 \times 10^3}{1.5} = 2.7 \times 10^3 (\text{bit/s})$$

2PSK 信号可达到的频带利用率为

$$\eta_{b,2PSK} = \frac{R_b}{B} = \frac{2.7 \times 10^3}{4 \times 10^3} = 0.67(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

(2) 频带利用率的定义式为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B}$$

2PSK 信号的频带利用率为

$$\eta_{b,2PSK} = \frac{1}{1+\alpha}$$

如果传输带宽不变，信息速率提高到 4 倍，频带利用率随之提高到 4 倍，所以必须采用多进制。设多进制数为 M，M 进制已调信号的频带利用率为

$$\eta_{b,M} = \frac{1}{1+\alpha} \times \log_2 M$$

M 进制已调信号的频带利用率是2PSK信号的4倍,即

$$\eta_{b,M} = 4\eta_{b,2PSK}$$

要求 M 满足关系式

$$\log_2 M = 4$$

可求出 M 的取值为

$$M = 2^4 = 16$$

调制方式可以是为16ASK、16PSK、16QAM。

5. 使用匹配滤波器接收的2FSK系统,设误比特率 $P_b < 1.5\times10^{-6}$。信号的幅度 $A=10\text{V}$,白噪声单边功率谱密度 $n_0 = 4\times10^{-7}\text{W/Hz}$。(1)求码元速率是多少?(2)如果模拟信号的最高频率为 $5\times10^3\text{Hz}$,采用10bit PCM编码,试问可以传输多少路模拟信号?(提示:$Q(x)=1.66\times10^{-6}$,$x=4.65$;$Q(x)=1.30\times10^{-6}$,$x=4.70$)(12分)

解 (1) 由误比特率 $P_b<1.5\times10^{-6}$ 可确定 $Q(x)$ 和 x 的取值为

$$Q(x) = 1.30 \times 10^{-6}, \quad x = 4.70$$

由 $Q(x)$ 求单位比特的能量 E_b 的过程为

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}}\right), \quad \sqrt{\frac{E_b}{n_0}} = 4.70, \quad \frac{E_b}{n_0} = 4.70^2$$

$$E_b = 4.70^2 \times n_0 = 22.1 \times 4 \times 10^{-7} = 8.82 \times 10^{-6}(\text{W} \cdot \text{s})$$

E_b 的定义式为

$$E_b = \frac{A^2 T}{2} = 8.82 \times 10^{-6}(\text{W} \cdot \text{s})$$

码元周期和码元速率分别为

$$T = \frac{2E_b}{A^2} = \frac{2 \times 8.82 \times 10^{-6}}{10^2} = 1.76 \times 10^{-7}(\text{s})$$

$$R_s = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.76 \times 10^{-7}} = 5.68 \times 10^6(\text{baud})$$

(2) 码元速率 R_s 和编码位数 n、单路模拟信号的抽样频率 f_s、模拟信号的路数 l、模拟信号的最高频率 f_H 的关系为

$$R_s = f_s n l = 2 f_H n l$$

所以模拟信号的路数为

$$l = \frac{R_s}{2 f_H n} = \frac{5.68 \times 10^6}{2 \times 5 \times 10^3 \times 10} = 56.8$$

取整后的模拟信号的路数为

$$l = 56$$

四、简答题(共 10 分)

1. 简要说明数字通信相比模拟通信的最主要的优点。(5 分)

答:数字通信相比模拟通信最主要的优点是抗干扰能力强。

模拟信号在传输的过程中会叠加噪声,噪声无法去掉。随着传输距离的增加,噪声不断积累,导致信噪比下降,影响接收信号的质量。

数字信号在传输的过程中会叠加噪声,对叠加噪声的数字信号经过判决再生后可以去掉噪声,得到和原始发送信号相同的数字信号。只要噪声不引起错误判决,每传输一段距离就进行一次判决再生,正确的判决可以保障数字信号的质量。

2. 简述信源编码和信道编码的区别。各举出两个编码名称。(5 分)

答:信源编码是把模拟信号变换为数字信号。编码后的信息速率由编码方式决定,原则是在信源编码中要用尽可能少的码元表示样值(差值、斜率)。编码方式如 PCM 编码、ADPCM 编码、ΔM 编码。

信道编码是对数字信号的抗干扰编码,目的是降低数字信号传输的差错率。在信道编码中,要通过增加监督码元提高检纠错能力。增加的监督码元越多则检纠错能力越强,所以编码后信息速率降低,即信道编码通过降低数字通信的有效性提高

可靠性。编码方式如奇偶校验码、线性分组码、循环码、卷积码。

自测题三(B卷)参考答案

一、填空题(共30分)

1. 立体声广播使用的调制方式为FM,规定电台之间的间隔是200kHz。模拟地面电视中的亮度信号使用的调制方式为VSB,解调方式为插入载波包络检波。(4分)

2. 单边带信号产生的方法有滤波法、相移法,残留边带信号解调的方法有相干解调、插入载波包络检波。2DPSK信号解调的方法有相干解调、延迟解调。(6分)

3. 以OFDM为代表的多载波调制技术可采用离散傅里叶变换来实现多个载波的调制,是4G移动通信的关键技术。(6分)

4. 在(7,3)线性分组码中,编码码组长度为7,信息码元长度为3,监督码元长度为4。该码的最小码重为4,该码的最小码距为4,差错控制能力分为以下几种情况:纠1错;检3错;纠1错同时检2错。(7分)

5. 使用了复用方式的7种信号为:①立体声广播,②模拟电视信号,③32路ΔM终端,④μ律二次群,⑤调幅广播,⑥A律基群,⑦同步数字序列。其中属于频分复用方式的有①、②、⑤,属于时分复用方式的有③、④、⑥、⑦。(写序号,7分)

二、判断题(在空格处填入×或√,共10分)

1. 与均匀量化相比,对数量化的目的是提高小信号的量化信噪比。　(√)

2. 2DPSK信号相对于绝对码是绝对调相。　(×)

3. MSK是相位连续的频移键控信号。　(√)

4. A律基群的时隙数为32,可传输的话路数为32。　(×)

5. QAM是幅度和相位联合键控的调制方式。　(√)

三、计算题(共 50 分)

1. 一角度调制信号 $s(t)=60\cos[2\pi f_c t+6\sin(2\pi f_m t)]$,其中 $f_m=1\text{kHz}$,$f_c=1\text{MHz}$。(1)若已知 $s(t)$是调制信号 $m(t)$的调相信号,其相移常数 $K_{PM}=6\text{rad/V}$,写出调制信号 $m(t)$的表达式;(2)若已知 $s(t)$是调制信号 $m(t)$的调频信号,其频偏常数 $K_{FM}=2\pi\times3000\text{rad/(V}\cdot\text{s)}$,写出调制信号 $m(t)$的表达式;(3)写出$s(t)$的近似带宽。(10 分)

解　(1) $s(t)$是调制信号 $m(t)$的调相信号,$s(t)$可表达为

$$\begin{aligned}s(t)&=60\cos[2\pi f_c t+6\sin(2\pi f_m t)]\\&=60\cos[2\pi f_c t+K_{PM}m(t)]\end{aligned}$$

相位偏移可表示为

$$K_{PM}m(t)=6\sin 2\pi f_m t$$

上式中 $K_{PM}=6\text{rad/V}$,可求出调制信号 $m(t)$的表达式为

$$m(t)=\frac{6}{K_{PM}}\sin 2\pi f_m t=\frac{6}{6}\sin(2\pi\times10^3 t)=\sin(2\times10^3\pi t)$$

(2) $s(t)$是调制信号 $m(t)$的调频信号,$s(t)$可表达为

$$\begin{aligned}s(t)&=60\cos[2\pi f_c t+6\sin(2\pi f_m t)]\\&=60\cos\left[2\pi f_c t+K_{FM}\int m(t)\,\mathrm{d}t\right]\end{aligned}$$

相位偏移可表示为

$$K_{FM}\int m(t)\,\mathrm{d}t=6\sin(2\pi f_m t)$$

$m(t)$要满足的关系式为

$$\int m(t)\,\mathrm{d}t=\frac{6\sin(2\pi f_m t)}{K_{FM}}$$

上式中 $K_{FM}=2\pi\times3000\text{rad/(V}\cdot\text{s)}$,对上式进行运算可求出调制信号 $m(t)$的表达式为

$$m(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{6}{K_{FM}}\sin(2\pi f_m t)\right]=\frac{6\times2\pi f_m}{K_{FM}}\cos(2\pi f_m t)$$

$$= \frac{6 \times 2\pi \times 10^3}{2\pi \times 3 \times 10^3} \cos(2\pi \times 10^3 t)$$

$$= 2\cos(2 \times 10^3 \pi t)$$

(3) 基带信号的表达式为

$$m(t) = A_m \cos\omega_m t = 2\cos(2 \times 10^3 \pi t)$$

基带信号的幅度和频率分别为

$$A_m = 2\text{V}, \quad f_m = 1\text{kHz}$$

调频信号的调频指数为

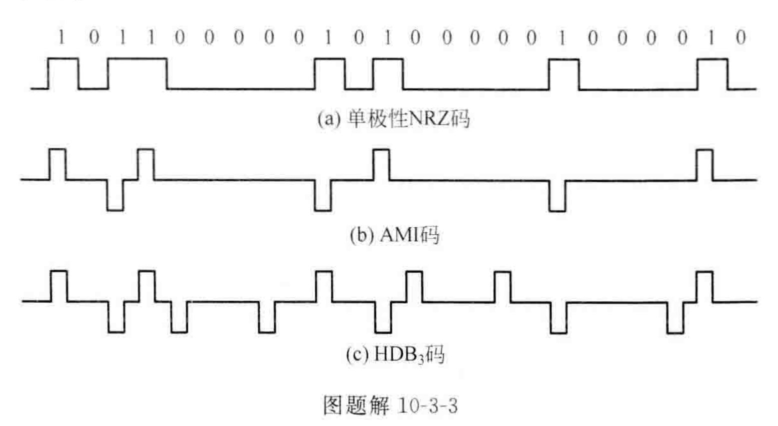
$$\beta_{FM} = \frac{K_{FM} A_m}{\omega_m} = \frac{2\pi \times 3 \times 10^3 \times 2}{2 \times 10^3 \pi} = 6$$

可求出调频信号 $s(t)$ 的近似带宽为

$$B_{FM} = 2(1 + \beta_{FM}) f_m = 2 \times (1 + 6) \times 1 = 14(\text{kHz})$$

2. 二进制信码是周期为24bit的码组101100000101000000000100。(1)画出单极性NRZ、AMI、HDB_3码的波形。(8分)

解 单极性NRZ、AMI、HDB_3码的波形如图题解10-3-3所示。



图题解 10-3-3

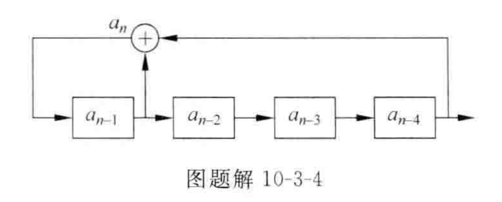
3. 已知特征多项式的系数62。(1)写出1个特征多项式;(2)画出移位寄存器的连接形式;(3) 设初始状态为0001,通过

列表求输出序列；(4)由输出序列的长度判断其是否为 m 序列。(10 分)

解　(1) 由系数写出特征多项式的过程为

	6			2		
1	1	0	0	1	0	
C_0	C_1	C_2	C_3	C_4		$F_1(x)=x^4+x+1$
C_4	C_3	C_2	C_1	C_0		$F_2(x)=x^4+x^3+1$

(2) 选择多项式 $F_1(x)=x^4+x+1$，和多项式相对应的移位寄存器的连接形式如图题解 10-3-4 所示。



图题解 10-3-4

(3) 使用 $F_1(x)=x^4+x+1$，设初始状态为 0001，m 序列发生器状态转移流程图如表题解 10-3-2 所示。

表题解 10-3-2

移位时钟节拍	第 1 级 a_{n-1}	第 2 级 a_{n-2}	第 3 级 a_{n-3}	第 4 级 a_{n-4}	反馈值 $a_n=a_{n-1}\oplus a_{n-4}$
0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	1
3	1	1	1	0	1
4	1	1	1	1	0
5	0	1	1	1	1
6	1	0	1	1	0
7	0	1	0	1	1
8	1	0	1	0	1
9	1	1	0	1	0

续表

移位时钟节拍	第1级 a_{n-1}	第2级 a_{n-2}	第3级 a_{n-3}	第4级 a_{n-4}	反馈值 $a_n=a_{n-1}\oplus a_{n-4}$
10	0	1	1	0	0
11	0	0	1	1	1
12	1	0	0	1	0
13	0	1	0	0	0
14	0	0	1	0	0
15	0	0	0	1	1
16	1	0	0	0	1

当初始状态为0001,状态转移为：0001,1000,1100,1110,1111,0111,1011,0101,1010,1101,0110,0011,1001,0100,0010,0001。输出序列为000111101011001。

(4) 4级移位寄存器产生的m序列长度为

$$2^4-1=15$$

本题的输出序列的长度为15,是m序列。

4. 设某带通型信道带宽为12kHz,基带信号先通过$\alpha=0.3$的升余弦滚降滤波器,再对载波进行调制。(1)求2ASK信号可达到的最高信息速率和频带利用率；(2)如果传输带宽减为1/3而信息速率保持不变,这时可采用哪种调制方式？列出有关计算式。(10分)

解　(1) **解法一**

2ASK信号可达到的频带利用率

$$\eta_{b,2ASK}=\frac{2}{1+\alpha}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{1+\alpha}=\frac{1}{1+0.3}=0.77(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))$$

频带利用率的定义式为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}$$

2ASK信号可达到的信息速率为

$$R_b = B\eta_{b,2ASK} \approx 12 \times 10^3 \times 0.77 = 9.24 \times 10^3 (\text{bit/s})$$

解法二

2ASK 信号的带宽为

$$B = \frac{1+\alpha}{2} \times R_b \times 2 = (1+\alpha)R_b$$

2ASK 信号可达到的信息速率为

$$R_b = \frac{B}{1+\alpha} = \frac{12 \times 10^3}{1+0.3} = 9.23 \times 10^3 (\text{bit/s})$$

2ASK 信号可达到的频带利用率

$$\eta_{b,2ASK} = \frac{R_b}{B} = \frac{9.23 \times 10^3}{12 \times 10^3} = 0.77(\text{bit/(s} \cdot \text{Hz))}$$

（2）频带利用率的定义式为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B}$$

2ASK 信号的频带利用率为

$$\eta_{b,2ASK} = \frac{1}{1+\alpha}$$

如果传输带宽减为 1/3 而信息速率保持不变，频带利用率要提高到 3 倍，必须采用多进制，设多进制数为 M。M 进制已调信号的频带利用率为

$$\eta_{b,M} = \frac{1}{1+\alpha} \times \log_2 M$$

M 进制已调信号的频带利用率是 2ASK 信号的 3 倍，即

$$\eta_{b,M} = 3\eta_{b,2ASK}$$

要求 M 满足关系式

$$\log_2 M = 3$$

可求出 M 的取值为

$$M = 2^3 = 8$$

调制方式可以是为 8ASK、8PSK。

5. 使用匹配滤波器接收的 2PSK 系统，设误比特率 $P_b <$

2×10^{-6}。信号的幅度 $A=10\text{V}$,白噪声功率谱密度 $n_0=3.5\times10^{-7}\text{W/Hz}$。(1)求码元速率是多少?(2)如果模拟信号的最高频率为 $5\times10^3\text{Hz}$,采用10bit PCM编码,试问可以传输多少路模拟信号?(12分)(提示:$Q(x)=2.11\times10^{-6}, x=4.60$; $Q(x)=1.66\times10^{-6}, x=4.65$)

解　(1) 由 $P_b<2\times10^{-6}$,可确定 $Q(x)$和 x 的取值为

$$Q(x)=1.66\times10^{-6},\quad x=4.65$$

由 $Q(x)$求单位比特的能量 E_b 的过程为

$$P_b=Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{n_0}}\right),\quad \sqrt{\frac{2E_b}{n_0}}=4.65,\quad \frac{2E_b}{n_0}=4.65^2$$

$$E_b=4.65^2\times n_0\times\frac{1}{2}$$

$$=21.6\times4\times10^{-7}\times\frac{1}{2}$$

$$=4.32\times10^{-6}(\text{W}\cdot\text{s})$$

E_b 的定义式为

$$E_b=\frac{A^2T}{2}=4.32\times10^{-6}(\text{W}\cdot\text{s})$$

码元周期和码元速率分别为

$$T=\frac{2E_b}{A^2}=\frac{2\times4.32\times10^{-6}}{10^2}=8.64\times10^{-8}(\text{s})$$

$$R_s=\frac{1}{T}=\frac{1}{8.64\times10^{-8}}=1.16\times10^7(\text{baud})$$

(2) 码元速率和编码位数 n、单路模拟信号的抽样频率 f_s、模拟信号的路数 l、模拟信号的最高频率 f_H 的关系为

$$R_s=f_snl=2f_Hnl$$

所以模拟信号的路数为

$$l=\frac{R}{2f_Hn}=\frac{1.16\times10^7}{2\times5\times10^3\times10}=116$$

四、简答题(共 10 分)

1. 试分析宽带调频信号和常规调幅信号的主要区别。(5 分)

答:(1) 宽带调频信号是非线性调制信号。带宽大于基带信号带宽的 2 倍,带宽随调制而变化。抗噪声性能优于线性调制信号,信噪比增益随带宽而变化。

(2) 常规调幅信号是线性调制信号。带宽是基带信号带宽的 2 倍,带宽不随调制变化。抗噪声性能劣于宽带非线性调制信号,信噪比增益与带宽无关。

2. 简述 HDB_3 码的优点。(5 分)

答:HDB_3 码是双极性码,无直流分量,适于在频带低端受限的信道中传输。

HDB_3 码中的单个码元是 RZ 码,接收端经过简单处理后可提取位定时分量。

由于使用了破坏节取代 4 连 0,最长的 0 码为 3 个 0,所以没有长 0 码,有利于位定时分量的提取。

10.4　自测题四及参考答案

自测题四(A 卷)

一、填空题 (共 20 分)

1. 数字通信系统的有效性指标用________来衡量,可靠性指标用________来衡量。

2. 调制的目的是把基带信号的频谱________,以实现信号在带通型信道上的传输。

3. PCM 数字电话的抽样频率是________,每个样值编________位码,每路数字电话信号的信息速率是________。

4. 当输入信噪比低于一定数值时,解调器的输出信噪比急

剧恶化,这种现象称为________。

5. 时分复用是把可用的时间分为________,多路信号分别占用________。时分复用信号在________是分割的,在________是重叠的。

6. 无码间串扰传输时基带传输系统所能提供的最高码元频带利用率为________。

7. 在二进制数字调制系统2ASK、2PSK、2FSK中,当误比特率相同时,峰值信噪比之比 $r_{2PSK}:r_{2FSK}:r_{2ASK}=$________。

8. 在(6,3)线性分组码中,编码码组长度为________,信息码元长度为________,监督码元长度为________。该码的最小码重为3,该码的差错控制能力分为以下几种情况:纠________错;检________错;纠________错同时检________错。

二、判断题(每小题2分,共10分。对打√,错打×)

1. GMSK的带外功率谱密度下降比MSK更快。　(　)

2. 2DPSK信号相对于绝对码是相对调相。　(　)

3. π/4-QPSK既可采用相干解调,也可采用非相干解调。　(　)

4. 在宽带调频中,若调制信号幅度增大,则已调信号的总功率也会增大。　(　)

5. 在数字基带信号的功率谱中,连续谱是一定存在的,而离散谱不一定都存在。　(　)

三、简答题(每小题5分,共20分)

1. 试说明从数字基带信号中提取位定时信号的基本原理和一般方法。

2. 试说明从2FSK到MSK以及GMSK的技术发展过程。

3. 对于线性码和循环码,试分别说明判断接收码组是否出错的方法。

4. 试说明模拟调制中线性调制与非线性调制的区别。

四、计算题(每题10分,共50分)

1. 在双边带抑制载波调制和单边带调制中,消息信号均为

4kHz 限带低频信号，载频为 2MHz，接收信号功率为 2mW，信道噪声单边功率谱密度为 $10^{-3}\mu W/Hz$。接收信号经带通滤波器后，进行相干解调。

(1) 比较解调器输入信噪比；

(2) 比较解调器输出信噪比。

2. 对模拟信号 $m(t)$进行线性 PCM 编码，量化电平数 $L=16$。PCM 信号先通过 $\alpha=0.5$、截止频率为 6kHz 的升余弦滚降滤波器，然后再进行传输。求：(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率；(2)可允许模拟信号 $m(t)$的最高频率分量 f_H。

3. 设某一段重复出现的二进制信码是 101100000101000000000100。请画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。

4. 对 2ASK 信号进行相干接收，数字信号的码元速率 $R_s=5\times10^6$ baud，接收端输入信号幅度 $A=1mV$，信道噪声的单边功率谱密度为 $n_0=2\times10^{-15}$ W/Hz。求相干接收时的误比特率。(提示：$Q(3.50)=2.33\times10^{-4}$，$Q(3.55)=1.93\times10^{-4}$，$Q(3.60)=1.59\times10^{-4}$)

5. 带通型信道带宽为 3000Hz，基带信号是二元 NRZ 码。求 2PSK 和 16PSK 信号的频带利用率和最高信息速率。

自测题四(B 卷)

一、填空题：(共 30 分)

1. 信道中传输模拟信号的系统称为________，信道中传输________的系统称为数字通信系统。

2. 模拟信号数字化是把________信号变换为________信号的过程。

3. 模拟电话信号经限带后的频率范围是________～________，所以按低通信号处理，抽样频率理论值至少应为________，而实际对语音信号的抽样频率取为________。这

样,在抽样信号的频谱之间便可形成一定间隔的________,在发送端的作用是防止________,放宽了对________的要求。

4. TDM在时域上各路信号是________,但在频域上各路信号是________。FDM在频域上各路信号是________,但在时域上各路信号是________。

5. 二进制随机脉冲序列的功率谱可能包含________和________两部分。其中,________总是存在的,但________却不一定存在,位定时的提取与________有关。

6. 在二进制数字调制系统2ASK、2PSK、2FSK中,当信号的输出峰值信噪比相同时,误比特率从小到大的信号排序为________。

7. 正交频分复用(OFDM)通过多个________并行调制提高可靠性,采用________来具体实现,简化了OFDM系统结构,使之趋于实用化。

8. 在(7,3)线性分组码中,编码码组长度为________,信息码元长度为________,监督码元长度为________。该码的最小码重为4,该码的差错控制能力分为以下几种情况:纠________错;检________错;纠________错同时检________错。

二、判断题(每小题2分,共10分。对打√,错打×)

1. MSK是相位不连续的频移键控信号。　(　)

2. 2DPSK信号既可以用相干解调也可以用延迟解调。　(　)

3. 相关接收机的性能比普通接收机的性能好且复杂度更低。　(　)

4. 只有相干解调才会有门限效应。　(　)

5. 模拟线性调制的已调信号的带宽是固定的,不超过基带信号带宽的2倍。　(　)

三、简答题(每小题 5 分,共 20 分)

1. 说明单频调制的宽带调频信号的功率分配特点。

2. OQPSK 信号为什么能克服已调信号包络为 0 的现象?

3. 什么是纠错编码的编码效率?它和纠错码的纠错能力之间有何关系?

4. 现有 A、B 两路模拟信号的 PCM 编码信号,设一帧有 8 个时隙,帧同步信号 F 固定占用第 0 路时隙。(1)画出一种合理的帧结构示意图。(2)如果在示波器上观察到的 PCM 编码信号是规则的 01 交替码,试分析产生该现象的原因。

四、计算题(每小题 10 分,共 40 分)

1. 对模拟信号 $m(t)$进行线性 PCM 编码,量化电平数 $L=64$。PCM 信号先通过 $\alpha=0.6$、截止频率为 5kHz 的升余弦滚降滤波器,然后再进行传输。求:(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率;(2)可允许模拟信号 $m(t)$的最高频率分量 f_H。

2. 设某一段重复出现的二进制信码是 100100000111000000 10000110。请画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。

3. 对 2ASK 信号进行相干接收,数字信号的码元速率$R_s=4.8\times10^6$ baud,接收端输入信号幅度 $A=1$mV,信道噪声的单边功率谱密度为 $n_0=2\times10^{-15}$ W/Hz。求相干接收时的误比特率。(提示:$Q(3.50)=2.33\times10^{-4}$,$Q(3.55)=1.93\times10^{-4}$,$Q(3.60)=1.59\times10^{-4}$)

4. 带通型信道带宽为 3000Hz,基带信号是二元 NRZ 码。求 2PSK 和 8PSK 信号的频带利用率和最高信息速率。

自测题四(A 卷)参考答案

一、填空题:(20 分,每空 1 分)

1. 数字通信系统的有效性指标用<u>传输速率和频带利用率</u>来衡量,可靠性指标用<u>差错率</u>来衡量。

2. 调制的目的是把基带信号的频谱搬移到较高的频率上，以实现信号在带通型信道上的传输。

3. PCM数字电话的抽样频率是8kHz，每个样值编8位码，每路数字电话信号的信息速率是64kbit/s。

4. 当输入信噪比低于一定数值时，解调器的输出信噪比急剧恶化，这种现象称为门限效应。

5. 时分复用是把可用的时间分为若干时隙，多路信号分别占用不同的时隙。时分复用信号在时域上是分割的，在频域上是重叠的。

6. 无码间串扰传输时基带传输系统所能提供的最高码元频带利用率为2Bd/Hz。

7. 在二进制数字调制系统2ASK、2PSK、2FSK中，当误比特率相同时，峰值信噪比之比 $r_{2PSK}:r_{2FSK}:r_{2ASK}=1:2:4$。

8. 在(6,3)线性分组码中，编码码组长度为6，信息码元长度为3，监督码元长度为3。该码的最小码重为3，该码的差错控制能力分为以下几种情况：纠1错；检2错；纠1错同时检1错。

二、判断题(每小题2分，共10分。对打√，错打×)

1. GMSK的带外功率谱密度下降比MSK更快。　(√)

2. 2DPSK信号相对于绝对码是相对调相。　(√)

3. π/4-QPSK既可采用相干解调，也可采用非相干解调。　(√)

4. 在宽带调频中，若调制信号幅度增大，则已调信号的总功率也会增大。　(×)

5. 在数字基带信号的功率谱中，连续谱是一定存在的，而离散谱不一定都存在。　(√)

三、简答题(每小题5分，共20分)

1. 试说明从数字基带信号中提取位定时信号的基本原理和一般方法。

答：(1) 基本原理：数字基带信号的功率谱由连续谱和离散谱组成。在离散谱中如果有位定时分量，则可以用窄带滤波器提取出来。提取出来的位定时分量为单频余弦信号，经判决整形后可形成码元周期的矩形脉冲，即位定时信号。(3 分)

(2) 一般方法：单极性二元 RZ 码的离散谱中有位定时分量。对其他码型的数字基带信号进行变换，使之形成相对应的单极性二元 RZ 码，然后进行位定时分量的提取。(2 分)

2. 试说明从 2FSK 到 MSK 以及 GMSK 的技术发展过程。

答：2FSK 信号的相位不一定连续，且两种波形也不一定严格正交。(1 分)

MSK 信号是一种包络恒定、相位连续、带宽最小并且严格正交的 2FSK 信号。(2 分)

GMSK 是对 MSK 的调制方式进行改进，在频率调制之前，用一个高斯型低通滤波器对基带信号进行预滤波，滤除高频分量，使得功率谱更加紧凑。(2 分)

3. 对于线性码和循环码，试分别说明判断接收码组是否出错的方法。

答：(1) 对于线性码的接收码组

设接收码组为 $\boldsymbol{R}$，它是 n 位码的行矢量。定义伴随式 $\boldsymbol{S}$ 为

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$$

当码组出现错误时，$\boldsymbol{S}$ 为非零矢量。(2 分)

(2) 对于循环码的接收码组

设接收码组多项式为 $r(x)$，定义伴随多项式或校正子多项式

$$s(x) = \mathrm{rem}[r(x)/g(x)]$$

其中，$s(x)$是 $r(x)$除以 $g(x)$后的余式。如果经信道传输后发生错误，接收码组多项式 $r(x)$不再是 $g(x)$的倍式，$s(x)$为非零多项式。(3 分)

4. 试说明模拟调制中线性调制与非线性调制的区别。

答: 按已调信号频谱和基带信号频谱之间的关系,模拟调制分为线性调制和非线性调制。线性调制指的是已调信号频谱是基带信号频谱的线性搬移,非线性调制指的是已调信号频谱不是基带信号频谱的线性搬移。(3分)

线性调制实现方法简单,已调信号带宽不超过基带信号带宽的2倍,抗噪声性能较差。而非线性调制方法比较复杂,其中宽带角调制信号的带宽超过基带信号带宽的2倍,抗噪声性能较强。(2分)

四、计算题(每题10分,共50分)

1. 在双边带抑制载波调制和单边带调制中,消息信号均为4kHz限带低频信号,载频为2MHz,接收信号功率为2mW,信道噪声单边功率谱密度为$10^{-3}\mu W/Hz$。接收信号经带通滤波器后,进行相干解调。

(1) 比较解调器输入信噪比;

(2) 比较解调器输出信噪比。

解　单边带信号的输入信噪比和输出信噪比分别为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_i}{n_0 B_{SSB}}=\frac{2\times10^{-3}}{1\times10^{-3}\times10^{-6}\times4\times10^{3}}=500 \quad (2分)$$

$$\frac{S_o}{N_o}=G_{SSB}\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_i}{N_i}=500 \quad (2分)$$

双边带信号的输入信噪比和输出信噪比分别为

$$\frac{S_i}{N_i}=\frac{S_i}{n_0 B_{DSB}}=\frac{2\times10^{-3}}{1\times10^{-3}\times10^{-6}\times2\times4\times10^{3}}=250 \quad (2分)$$

$$\frac{S_o}{N_o}=G_{DSB}\frac{S_i}{N_i}=2\times\frac{S_i}{N_i}=500 \quad (2分)$$

输入信噪比的比较为

$$(S_i/N_i)_{DSB}:(S_i/N_i)_{SSB}=1:2 \quad (1分)$$

输出信噪比的比较为

$$(S_o/N_o)_{DSB} : (S_o/N_o)_{SSB} = 1 : 1 \qquad (1 分)$$

2. 对模拟信号 $m(t)$进行线性 PCM 编码，量化电平数 $L=16$。PCM 信号先通过 $\alpha=0.5$、截止频率为 6kHz 的升余弦滚降滤波器，然后再进行传输。求：(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率；(2)可允许模拟信号 $m(t)$的最高频率分量 f_H。

解　(1) PCM 编码信号经升余弦滤波器后形成升余弦滚降信号，由 α 可列出二进制基带信号的频带利用率为

$$\eta_b = \frac{2}{1+\alpha} \qquad (1 分)$$

η_b 的定义式为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} \qquad (1 分)$$

所以二进制基带信号无串扰传输的最高信息速率为

$$R_b = \frac{2B}{1+\alpha} = \frac{2\times 6\times 10^3}{1+0.5} = 8(\text{kbit/s}) \qquad (2 分)$$

(2) 对最高频率为 f_H 的模拟信号 $m(t)$以频率 f_s 进行抽样，当量化电平数 $L=16$ 时，编码位数

$$n = \log_2 L = 4 \qquad (1 分)$$

PCM 编码信号的信息速率可表示为

$$R_b = f_s n \qquad (2 分)$$

抽样频率 $f_s \geqslant 2f_H$，取等号时信息速率为

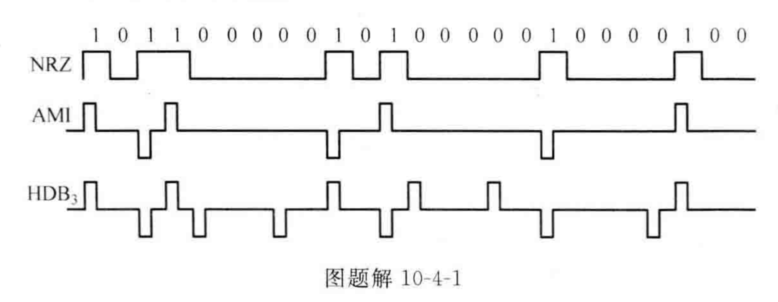
$$R_b = 2f_H n \qquad (1 分)$$

因此，可允许模拟信号的最高频率为

$$f_H = \frac{R_b}{2\times n} = \frac{8\times 10^3}{2\times 4} = 1(\text{kHz}) \qquad (2 分)$$

3. 设某一段重复出现的二进制信码是 101100000101000001000 0100。请画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。

解　波形如图题解 10-4-1 所示。



图题解 10-4-1

4. 对 2ASK 信号进行相干接收，数字信号的码元速率 $R_s=5\times10^6$ baud，接收端输入信号幅度 $A=1\text{mV}$，信道噪声的单边功率谱密度为 $n_0=2\times10^{-15}$ W/Hz。求相干接收时的误比特率。(提示：$Q(3.50)=2.33\times10^{-4}$，$Q(3.55)=1.93\times10^{-4}$，$Q(3.60)=1.59\times10^{-4}$)

解　由码元速率可求出接收端带通滤波器的近似带宽为

$$B\approx 2R_s=2\times5\times10^6=1\times10^7(\text{Hz})\qquad (2分)$$

因此可得带通滤波器输出噪声的平均功率为

$$\sigma^2=n_0B=2\times10^{-15}\times10^7=2\times10^{-8}(\text{W})\qquad (2分)$$

解调器输入峰值信噪比为

$$r=\frac{A^2}{2\sigma^2}=\frac{(1\times10^{-3})^2}{2\times2\times10^{-8}}=25\qquad (2分)$$

可得相干接收时的误比特率为

$$P_b=Q(\sqrt{r/2})=Q(\sqrt{25/2})\approx Q(3.55)\approx1.93\times10^{-4}$$

(4分)

5. 带通型信道带宽为 3000Hz，基带信号是二元 NRZ 码。求 2PSK 和 16PSK 信号的频带利用率和最高信息速率。

解　当 2PSK 信号的带宽取谱零点带宽时，频带利用率为

$$\eta_{2PSK}=\frac{R_b}{B_{2PSK}}=\frac{R_s}{2R_s}=0.5(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))\qquad (2分)$$

取信号的带宽为信道带宽，得最高信息速率为

$$R_b = \eta_{2PSK} B_{2PSK} = 0.5 \times 3000 = 1500(\text{bit/s}) \quad (2\text{ 分})$$

MPSK 信号的频带利用率是 2PSK 信号的 $\log_2 M$ 倍，所以 16PSK 信号的频带利用率为

$$\eta_{16PSK} = \eta_{2PSK} \log_2 16 = 0.5 \times 4 = 2(\text{bit/(s} \cdot \text{Hz)}) \quad (3\text{ 分})$$

同样，取 16PSK 信号的带宽为信道带宽，得最高信息速率为

$$R_b = \eta_{16PSK} B_{16PSK} = 2 \times 3000 = 6000(\text{bit/s}) \quad (3\text{ 分})$$

可见，在带宽不变的前提下，多进制调制信号提高了信息传输速率。

自测题四(B 卷)参考答案

一、填空题：(共 30 分，每空 1 分)

1. 信道中传输模拟信号的系统称为模拟通信系统，信道中传输数字信号的系统称为数字通信系统。

2. 模拟信号数字化是把模拟信号变换为数字信号的过程。

3. 模拟电话信号经限带后的频率范围是300～3400Hz，所以按低通信号处理，抽样频率理论值至少应为6800Hz，而实际对语音信号的抽样频率取为8000Hz。这样，在抽样信号的频谱之间便可形成一定间隔的防护带，在发送端的作用是防止频谱的混叠，放宽了对低通滤波器的要求。

4. TDM 在时域上各路信号是分割开的，但在频域上各路信号是混叠在一起的。FDM 在频域上各路信号是分割开的，但在时域上各路信号是混叠在一起的。

5. 二进制随机脉冲序列的功率谱可能包含连续谱和离散谱两部分。其中，连续谱总是存在的，但离散谱却不一定存在，位定时的提取与离散谱有关。

6. 在二进制数字调制系统 2ASK、2PSK、2FSK 中，当信号的输出峰值信噪比相同时，误比特率从小到大的信号排序为

2PSK、2FSK、2ASK。

7. 正交频分复用(OFDM)通过多个正交的子载波并行调制提高可靠性,采用离散傅里叶变换来具体实现,简化了OFDM系统结构,使之趋于实用化。

8. 在(7,3)线性分组码中,编码码组长度为7,信息码元长度为3,监督码元长度为4。该码的最小码重为4,该码的差错控制能力分为以下几种情况:纠1错;检3错;纠1错同时检2错。

二、判断题(每小题2分,共10分。对打√,错打×)

1. MSK是相位不连续的频移键控信号。 (×)

2. 2DPSK信号既可以用相干解调也可以用延迟解调。 (√)

3. 相关接收机的性能比普通接收机的性能好且复杂度更低。 (×)

4. 只有相干解调才会有门限效应。 (×)

5. 模拟线性调制的已调信号的带宽是固定的,不超过基带信号带宽的2倍。 (√)

三、简答题(每题5分,共20分)

1. 说明单频调制的宽带调频信号的功率分配特点。

答:调制前有未调载波的功率和调制信号的功率,调制后宽带调频信号的功率有载波分量的功率和边频分量的功率,宽带调频信号的功率和未调载波的功率相同。(3分)调制信号改变时载波分量的功率和边频分量的功率随之变化,但总功率保持不变。调制信号对调频信号的功率没有贡献,其作用是改变调频信号功率的分配。(2分)

2. OQPSK信号为什么能克服已调信号包络为0的现象?

答:OQPSK信号是在对QPSK做正交调制时,将正交分量$Q(t)$的基带信号和同相分量$I(t)$的基带信号在时间上相互错开半个码元间隔$T_s/2$(1个比特间隔)(2分),使得同相分量

和正交分量不能同时发生变化(2 分),相邻一个比特信号的相位只可能发生±90°的变化(1 分),从而克服包络为 0 的现象。

3. 什么是纠错编码的编码效率?它和纠错码的纠错能力之间有何关系?

答:编码效率定义为码组中的信息码元数 k 和编码码组中的码元数 n 之比

$$R_c = k/n \qquad (2\ 分)$$

编码码组中的监督码元数越多,编码码组的检纠错能力越强,即编码效率低时纠错能力强,这就意味着降低通信系统的有效性可提高通信系统的可靠性。(3 分)

4. 现有 A、B 两路模拟信号的 PCM 编码信号,设一帧有 8 个时隙,帧同步信号 F 固定占用第 0 路时隙。(1)画出一种合理的帧结构示意图。(2)如果在示波器上观察到的 PCM 编码信号是规则的 01 交替码,试分析产生该现象的原因。(5 分)

答:(1) 帧结构示意图如图题解 10-4-2 所示。(2 分)

TS0	TS1	TS2	TS3	TS4	TS5	TS6	TS7
F	B	A					

图题解 10-4-2

TS0 为帧同步时隙,PCM 编码信号不能占用。若 A 路 PCM 编码信号占用第 2 路时隙,B 路的 PCM 编码信号可在 TS1、TS3～TS7 等 6 个时隙中选择使用一个。

(2) 如果在示波器上观察到的 PCM 编码信号为 01 交替码,说明模拟信号的幅度为 0(1 分)。若模拟信号的幅度接近并略大于 0,编码输出可能为 10000000,经偶次比特倒置后编码输出为 11010101。若模拟信号的幅度接近并略小于 0,编码输出可能为 00000000,经偶次比特倒置后编码输出为 01010101。(2 分)

四、计算题(每题 10 分,共 40 分)

1. 对模拟信号 $m(t)$进行线性 PCM 编码,量化电平数 $L=$

64。PCM信号先通过$\alpha=0.6$、截止频率为5kHz的升余弦滚降滤波器,然后再进行传输。求:(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率;(2)可允许模拟信号$m(t)$的最高频率分量f_H。

解　(1)PCM编码信号经升余弦滤波器后形成升余弦滚降信号,由α可列出二进制基带信号的频带利用率为

$$\eta_b=\frac{2}{1+\alpha}\qquad(2\text{分})$$

η_b的定义式为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}\qquad(2\text{分})$$

所以二进制基带信号无串扰传输的最高信息速率为

$$R_b=\frac{2B}{1+\alpha}=\frac{2\times5\times10^3}{1+0.6}=6.25(\text{kbit/s})\qquad(1\text{分})$$

(2)对最高频率为f_H的模拟信号$m(t)$以频率f_s进行抽样,当量化电平数$L=64$时,编码位数$n=\log_2 L=6$。(1分)

PCM编码信号的信息速率可表示为

$$R_b=f_s n\qquad(2\text{分})$$

抽样频率$f_s\geqslant2f_H$,取等号时信息速率为

$$R_b=2f_H n\qquad(1\text{分})$$

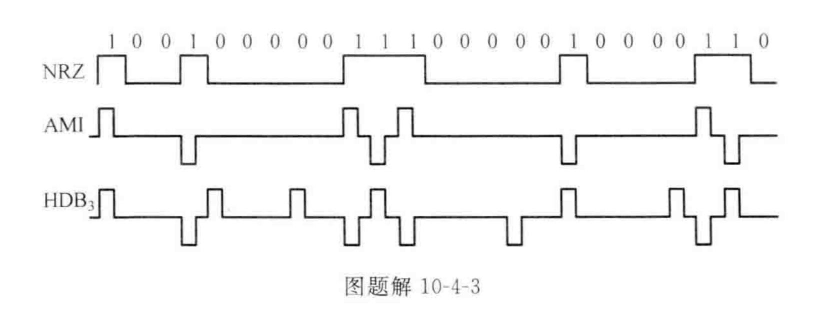
因此可允许模拟信号的最高频率为

$$f_H=\frac{R_b}{2n}=\frac{6.25\times10^3}{2\times6}=521(\text{Hz})\qquad(1\text{分})$$

2. 设某一段重复出现的二进制信码是1001000001110000010000110。请画出单极性NRZ、AMI、HDB_3码的波形。

解　波形如图题解10-4-3所示。

3. 对2ASK信号进行相干接收,数字信号的码元速率$R_s=4.8\times10^6$ baud,接收端输入信号幅度$A=1\text{mV}$,信道噪声的单边功率谱密度为$n_0=2\times10^{-15}\text{W/Hz}$。求相干接收时的误比特



图题解 10-4-3

率。(提示：$Q(3.50)=2.33\times10^{-4}$，$Q(3.55)=1.93\times10^{-4}$，$Q(3.60)=1.59\times10^{-4}$)

解　由码元速率可求出接收端带通滤波器的近似带宽为

$$B\approx 2R_s=9.6\times10^6(\text{Hz})\qquad(2\text{ 分})$$

因此，可得带通滤波器输出噪声的平均功率为

$$\sigma^2=n_0B=1.92\times10^{-8}(\text{W})\qquad(2\text{ 分})$$

解调器输入峰值信噪比为

$$r=\frac{A^2}{2\sigma^2}=\frac{(1\times10^{-3})^2}{2\times1.92\times10^{-8}}\approx 26.04\qquad(2\text{ 分})$$

可得相干接收时的误比特率为

$$P_b=Q(\sqrt{r/2})=Q(\sqrt{26.04/2})=Q(3.60)=1.59\times10^{-4}$$

(4 分)

4. 带通型信道带宽为 3000Hz，基带信号是二元 NRZ 码。求 2PSK 和 8PSK 信号的频带利用率和最高信息速率。

解　当 2PSK 信号的带宽取谱零点带宽时，频带利用率为

$$\eta_{2PSK}=\frac{R_b}{B_{2PSK}}=\frac{R_s}{2R_s}=0.5(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))\qquad(2\text{ 分})$$

取信号的带宽为信道带宽，得最高信息速率为

$$R_b=\eta_{2PSK}B_{2PSK}=0.5\times3000=1500(\text{bit/s})\qquad(2\text{ 分})$$

MPSK 信号的频带利用率是 2PSK 信号的 $\log_2M$ 倍，所以 8PSK 信号的频带利用率为

$$\eta_{8PSK}=\eta_{2PSK}\log_2 8=0.5\times 3=1.5(\text{bit}/(\text{s}\cdot\text{Hz}))\text{(3分)}$$

同样,取8PSK信号的带宽为信道带宽,得最高信息速率为

$$R_b=\eta_{8PSK}B_{8PSK}=1.5\times 3000=4500(\text{bit/s})\quad\text{(3分)}$$

可见,在带宽不变的前提下,多进制调制信号提高了信息传输速率。

10.5　自测题五及参考答案

自测题五(A卷)

一、填空题:(共30分)

1. 根据通信系统的信道上所传输的是模拟信号还是数字信号,可以相应地把通信系统分成________与________。

2. 单频调制的宽带调频信号的功率和________相同,调制信号改变时________和________随之变化,但总功率保持不变。

3. 模拟信号数字化过程主要由________、________与________3个基本环节组成。________是把在时间上连续的模拟信号转换成时间上离散的信号,________是把幅度上连续的模拟信号转换成幅度上离散的信号,________是把时间离散且幅度离散的信号用一个二进制码组表示。

4. 对OQPSK、MSK和GMSK按照包含99%信号功率的带宽近似值进行排序:最大的是________,________其次,________最小。

5. 时分复用是将传输时间划分为________,互相独立的多路信号顺序地占用________,合路成为________,在同一信道中传输,在接收端按同样规律把它们分开。

6. 矩形波功率谱的主瓣内集中了________,所以主瓣的宽度可以作为信号的近似带宽,通常称为________。

7. 2PSK信号是用载波的________表示数字信号。2DPSK

信号是用载波的________表示数字信号。

8. 常用的差错控制方式分为以下 3 种：________、________、________。

9. 在(7,3)线性分组码中，编码码组长度为 7，信息码元长度为________，监督码元长度为________。该码的最小码重为 4，该码的差错控制能力分为以下几种情况：纠________错；检________错；纠________错同时检________错。

二、简答题(每小题 5 分，共 20 分)

1. 试分析 QPSK、OQPSK、π/4-QPSK 3 种数字调制系统的特点。

2. 为什么说多进制调制提高了频带利用率？

3. 试说明线性分组码译码器的工作原理。

4. 现有 A、B、C 三路模拟信号的 PCM 编码信号，设一帧共有 8 路时隙，其中第 0 路为帧同步信号 F 占用时隙，第 4 路为信令信号 S 占用时隙。(1)画出一种合理的时分复用帧结构示意图。(2)如果模拟信号的幅度为 0，在示波器上观察到的 PCM 编码信号有什么规律？

三、计算题(每小题 10 分，共 50 分)

1. 对模拟信号 $m(t)$进行线性 PCM 编码，量化电平数 $L=32$。PCM 信号先通过 $\alpha=0.4$，截止频率为 5kHz 的升余弦滚降滤波器，然后再进行传输。求：(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率；(2)可允许模拟信号 $m(t)$的最高频率分量 f_H。

2. 设某一随机信源中出现的二进制信码段是 1001000010100000100001。请画出单极性 NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。

3. 已知数字基带信号为 1 码时，发出数字调制信号的幅度为 10V，假定信道衰减为 50dB，接收端输入噪声功率为 $N_i=10^{-4}$W。试求：(1)相干 2ASK 的误比特率 P_b；(2)相干 2PSK

的误比特率 P_b。(提示：$Q(1.50)=0.0668$，$Q(1.58)=0.0571$，$Q(3.15)=8.16\times10^{-4}$，$Q(3.20)=6.87\times10^{-4}$)

4. 采用8PSK调制传输3600bit/s数据，试求：

(1) 最小理论带宽是多少？

(2) 若传输带宽不变，而数据率加倍，则调制方式应作何改变？

5. 信道引入的白噪声双边功率谱密度 $n_0=0.5\times10^{-10}$ W/Hz，传输衰耗为50dB，调制信号为4kHz的单频正弦信号。若要求输出信噪比为30dB，求以下3种条件下的发射机最小发射功率。(1)调频、鉴频器解调、最大频偏12kHz；(2)单边带调制、相干解调；(3)常规调幅、包络检波、调幅指数为0.707。

自测题五(B卷)

一、填空题：(共30分)

1. 信道中传输模拟信号的系统称为________，信道中传输数字信号的系统称为________。

2. 模拟信号数字化是把________信号变换为________信号的过程。

3. 模拟电话信号经限带后的频率范围是________～________，所以按低通信号处理，抽样频率理论值至少应为________，而实际对语音信号的抽样频率取为________。这样，在抽样信号的频谱之间便可形成一定间隔的________，在发送端的作用是防止________，放宽了对________的要求。

4. TDM在时域上各路信号是________，但在频域上各路信号是________。FDM在频域上各路信号是________，但在时域上各路信号是________。

5. 二进制随机脉冲序列的功率谱可能包含________和________两部分。其中，________总是存在的，但________却

不一定存在，位定时的提取与________有关。

6. 在二进制数字调制系统 2ASK、2PSK、2FSK 中，当相同误比特率时，峰值信噪比之比 $r_{2PSK}:r_{2FSK}:r_{2ASK}=$________；当峰值信噪比相同时，误比特率从小到大的信号排序为________。

7. 差错控制编码是对数字信号进行抗干扰编码，目的是________。

8. 在(7,3)线性分组码中，编码码组长度为________，信息码元长度为________，监督码元长度为________。该码的最小码重为 4，该码的差错控制能力分为以下几种情况：纠________错；检________错；纠________错同时检________错。

二、判断题(每小题 2 分，共 10 分。对打√，错打×)

1. 与均匀量化相比，对数量化的目的是提高大信号的量化信噪比。 (　)

2. 2DPSK 信号相对于绝对码是相对调相。 (　)

3. 相关接收机的性能比普通接收机的性能好且复杂度更低。 (　)

4. 延迟解调适用于所有的数字调制方式。 (　)

5. A 律基群的时隙数为 32，可传输的话路数为 30。 (　)

三、简答题(每小题 5 分，共 20 分)

1. 试说明时分复用的概念，并举出两个实际应用的例子。

2. 与二进制调制相比，多进制调制有哪些优缺点？

3. 试说明线性分组码译码器的工作原理。

4. 现有 A、B 两路模拟信号的 PCM 编码信号，设一帧共有 8 路时隙，其中第 0 路为帧同步信号 F 占用时隙，第 4 路为信令信号 S 占用时隙。(1)画出一种合理的时分复用帧结构示意图；(2)如果模拟信号的幅度为 0，在示波器上观察到的 PCM 编码信号有什么规律？

四、计算题(每小题10分,共40分)

1. 对模拟信号 $m(t)$ 进行线性PCM编码,量化电平数 $L=64$。PCM信号先通过 $\alpha=0.5$,截止频率为3.6kHz的升余弦滚降滤波器,然后再进行传输。求:(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率;(2)可允许模拟信号 $m(t)$ 的最高频率分量 f_H。

2. 设某一段重复出现的二进制信码是1010100000110000101000011。请画出单极性NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。

3. 对2ASK信号进行相干接收,数字信号的码元速率 $R_s=5\times10^6$ baud,接收端输入信号幅度 $A=1$mV,信道噪声的双边功率谱密度为 $n_0=2\times10^{-15}$ W/Hz。求相干接收时的误比特率。(提示:$Q(2.50)=6.21\times10^{-3}$,$Q(3.50)=2.33\times10^{-4}$)

4. 已知电话信道可用的信号传输频带为600～3000Hz,取载频为1800Hz,试求:采用 $\alpha=0.5$ 升余弦滚降基带信号时,8PSK调制可以传输的数据速率为多少?

自测题五(A卷)参考答案

一、填空题:(共30分,每空1分)

1. 根据通信系统的信道上所传输的是模拟信号还是数字信号,可以相应地把通信系统分成模拟通信系统与数字通信系统。

2. 单频调制的宽带调频信号的功率和未调载波的功率相同,调制信号改变时载波分量的功率和边频分量的功率随之变化,但总功率保持不变。

3. 模拟信号数字化主要由抽样、量化与编码3个基本环节组成。抽样是把在时间上连续的模拟信号转换成时间上离散的信号,量化是把幅度上连续的模拟信号转换成幅度上离散的信号,编码是把时间离散且幅度离散的信号用一个二进制码组

表示。

4. 对 OQPSK、MSK 和 GMSK 按照包含 99%信号功率的带宽近似值进行排序：最大的是OQPSK，MSK 其次，GMSK 最小。

5. 时分复用是将传输时间划分为若干个互不重叠的时隙，互相独立的多路信号顺序地占用各自的时隙，合路成为一个复用信号，在同一信道中传输，在接收端按同样规律把它们分开。

6. 矩形波功率谱的主瓣内集中了信号的绝大部分功率，所以主瓣的宽度可以作为信号的近似带宽，通常称为谱零点带宽。

7. 2PSK 信号是用载波的绝对相位表示数字信号。2DPSK 信号是用载波的相对相位表示数字信号。

8. 常用的差错控制方式分为以下 3 种：前向纠错、检错重发、混合纠错。

9. 在(7,3)线性分组码中，编码码组长度为7，信息码元长度为3，监督码元长度为4。该码的最小码重为 4，该码的差错控制能力分为以下几种情况：纠1 错；检3 错；纠1 错同时检2 错。

二、简答题(每小题 5 分，共 20 分)

1. 试分析 QPSK、OQPSK、π/4-QPSK 3 种数字调制系统的特点。

答：QPSK 已调信号存在带宽无穷宽、包络起伏、频谱扩散的问题，OQPSK 消除了 QPSK 调制相位翻转 $\pm\pi$ 的现象，OQPSK 的性能优于 QPSK，QPSK 和 OQPSK 只能用相干解调。π/4-QPSK 信号是对 OQPSK 和 QPSK 在最大相位变化上进行折中，改善了功率谱特性，有效地提高频谱利用率，增大系统容量，既可采用相干解调，也可采用非相干解调。

2. 为什么说多进制调制提高了频带利用率？

答：(1) 频带利用率的定义是 $\eta_b=\dfrac{R_b}{B}$，即单位频带的信息速率。(1 分)

(2) 当码元速率相同时,二进制调制和多进制调制使用的带宽是相同的,但是多进制信号的信息速率是二进制信号的 $\log_2 M$ 倍,所以多进制调制提高了频带利用率。(2分)

(3) 当信息速率相同时,多进制调制使用的带宽是二进制调制的 $1/\log_2 M$,所以多进制调制提高了频带利用率。(2分)

3. 试说明线性分组码译码器的工作原理。

答:(1) 校正子计算电路求伴随矩阵 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{R}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$;(1分)

(2) 因为 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{C}\oplus\boldsymbol{E}$,且 $\boldsymbol{C}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}=0$,可以由伴随矩阵和最大似然(最小码重)原则确定 $\boldsymbol{E}$,存入错误图样识别器;(2分)

(3) 由 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{E}\oplus\boldsymbol{R}$,对应码元模二相加即得原码组 $\boldsymbol{C}$,完成译码。(2分)

4. 现有A、B、C三路模拟信号的PCM编码信号,设一帧共有8路时隙,其中第0路为帧同步信号F占用时隙,第4路为信令信号S占用时隙。(1)画出一种合理的时分复用帧结构示意图;(2)如果模拟信号的幅度为0,在示波器上观察到的PCM编码信号有什么规律?

解　(1) 帧结构示意图如图题解10-5-1所示。(3分)

TS0 F	TS1 A	TS2 B	TS3 C	TS4 S	TS5	TS6	TS7

图题解10-5-1

TS0为帧同步信号F占用时隙,TS4为信令信号S占用时隙。A、B、C三路PCM编码信号可在TS1～TS3,TS5～TS7等6个时隙中分别选择使用其中3个,不能重叠。

(2) PCM编码信号的规律。(2分)

如果模拟信号的幅度为0,在示波器上观察到的PCM编码信号为01交替码。具体说明如下:

若模拟信号的幅度接近并略大于0,编码输出可能为

10000000，经偶次比特倒置后编码输出为 11010101。

若模拟信号的幅度接近并略小于 0，编码输出可能为 00000000，经偶次比特倒置后编码输出为 01010101。

三、计算题（每题 10 分，共 50 分）

1. 对模拟信号 $m(t)$进行线性 PCM 编码，量化电平数 $L=32$。PCM 信号先通过 $\alpha=0.4$，截止频率为 5kHz 的升余弦滚降滤波器，然后再进行传输。求：(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率；(2)可允许模拟信号 $m(t)$的最高频率分量 f_H。

解　(1) PCM 编码信号经升余弦滤波器后形成升余弦滚降信号，由 α 可列出二进制基带信号的频带利用率为

$$\eta_b = \frac{2}{1+\alpha} \qquad (2\text{ 分})$$

η_b 的定义式为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} \qquad (2\text{ 分})$$

所以，二进制基带信号无串扰传输的最高信息速率为

$$R_b = \frac{2B}{1+\alpha} = \frac{2\times 5\times 10^3}{1+0.4} = 7.14(\text{kbit/s}) \qquad (1\text{ 分})$$

(2) 对最高频率为 f_H 的模拟信号 $m(t)$以频率 f_s 进行抽样，当量化电平数 $L=32$ 时，编码位数

$$n = \log_2 L = 5 \qquad (1\text{ 分})$$

PCM 编码信号的信息速率可表示为

$$R_b = f_s n \qquad (2\text{ 分})$$

抽样频率 $f_s \geqslant 2f_H$，取等号时信息速率为

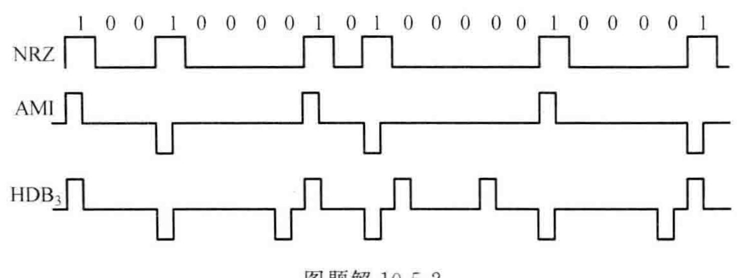
$$R_b = 2f_H n \qquad (1\text{ 分})$$

因此，可允许模拟信号的最高频率为

$$f_H = \frac{R_b}{2\times n} = \frac{7.14\times 10^3}{2\times 5} = 714(\text{Hz}) \qquad (1\text{ 分})$$

2. 设某一随机信源中出现的二进制信码段是10010000101 00000100001。请画出单极性NRZ、AMI、HDB_3码的波形。

解　波形如图题解10-5-2所示。



图题解10-5-2

评分标准：NRZ(2分)、AMI(3分)、HDB_3(5分)

3. 已知数字基带信号为1码时，发出数字调制信号的幅度为10V，假定信道衰减为50dB，接收端输入噪声功率为$N_i=10^{-4}$W。试求：(1)相干2ASK的误比特率P_b；(2)相干2PSK的误比特率P_b。(提示：$Q(1.50)=0.0668$，$Q(1.58)=0.0571$，$Q(3.15)=8.16\times10^{-4}$，$Q(3.20)=6.87\times10^{-4}$)

解　(1) 对于2ASK调制，发送端信号的峰值功率为

$$S_T=\frac{A^2}{2}=\frac{100}{2}=50(\text{W})$$

信道衰减为50dB，所以接收端信号的峰值功率为

$$S=S_T\times10^{-5}=5\times10^{-4}(\text{W})$$

由此可知接收端峰值信噪比为

$$r=\frac{S}{N_i}=\frac{5\times10^{-4}}{10^{-4}}=5$$

2ASK相干接收时的误比特率为

$$P_b=Q\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)=Q(1.58)=5.71\times10^{-2}$$

(2) 2PSK相干接收时误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{2r}) = Q(\sqrt{5\times 2}) = Q(3.16) = 8.16\times 10^{-4}$$

4. 采用 8PSK 调制传输 3600bit/s 数据，试求：

(1) 最小理论带宽是多少？

(2) 若传输带宽不变，而数据率加倍，则调制方式应作何改变？

解　(1) 当采用理想低通型基带信号时，调制后最大的码元频带利用率为

$$\eta = \frac{R_s}{B} = 1(\text{baud/Hz})$$

8PSK 调制信号的码元传输速率为

$$R_s = \frac{R_b}{\log_2 8} = \frac{3600}{3} = 1200(\text{baud})$$

所以 8PSK 调制信号的最小理论带宽为

$$B = \frac{R_s}{\eta} = 1200(\text{Hz})$$

(2) 由信息频带利用率的定义可知

$$\eta_b = \frac{R_b}{B}$$

若传输带宽 B 不变，而数据速率 R_b 加倍，则信息频带利用率 η_b 加倍，设此时采用 M_1 进制调制，信息频带利用率为 η_{b1}。

采用多进制时频带利用率与多进制的关系为

$$\eta_b = \frac{1}{1+\alpha}\log_2 M$$

$$\eta_{b1} = \frac{1}{1+\alpha}\log_2 M_1$$

由题目要求应满足的条件为

$$\eta_{b1} = 2\eta_b$$

则有

$$\log_2 M_1 = 2\log_2 M$$

可得

$$M_1 = M^2 = 8^2 = 64$$

调制方式可采用64QAM。

5. 信道引入的白噪声双边功率谱密度 $n_0=0.5\times10^{-10}\,\mathrm{W/Hz}$，传输衰耗为50dB，调制信号为4kHz的单频正弦信号。若要求输出信噪比为30dB，求以下3种条件下的发射机最小发射功率：(1)调频、鉴频器解调、最大频偏12kHz；(2)单边带调制、相干解调；(3)常规调幅、包络检波、调幅指数为0.707。

解　(1) 由条件可知 $\Delta f=12\mathrm{kHz}$，$f_m=4\mathrm{kHz}$，则调频指数

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{12}{4} = 3$$

可求得调频信号的带宽 B_{FM} 为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f = 2\times4 + 2\times12 = 32(\mathrm{kHz})\quad(1\text{分})$$

信噪比增益 G_{FM} 为

$$G_{FM} = 3\beta_{FM}{}^2(1+\beta_{FM}) = 3\times3^2\times(1+3) = 108\quad(1\text{分})$$

则发射机最小发射功率 S_{FM} 为

$$\begin{aligned} S_{FM} &= \frac{S_0}{N_0}\,\frac{1}{G_{FM}}\,\frac{1}{\alpha}\,\frac{n_0}{2}\times2B_{FM} \\ &= 10^3\times\frac{1}{108}\times10^5\times0.5\times10^{-10}\times2\times32\times10^3 \\ &= 2.96(\mathrm{W}) \end{aligned}\quad(2\text{分})$$

(2) 单边带调制相干解调的信噪比增益 $G_{SSB}=1$，带宽 $B_{SSB}=4\mathrm{kHz}$，则发射机最小发射功率 S_{SSB} 为

$$\begin{aligned} S_{SSB} &= \frac{S_0}{N_0}\,\frac{1}{G_{SSB}}\,\frac{1}{\alpha}\,\frac{n_0}{2}\times2B_{SSB} \\ &= 10^3\times1\times10^5\times0.5\times10^{-10}\times2\times4\times10^3 \\ &= 40(\mathrm{W}) \end{aligned}\quad(3\text{分})$$

(3) 若常规调幅的调幅指数为0.707，则信噪比增益 G_{AM} 为

$$G_{AM} = \frac{2\beta^2}{2+\beta^2} = \frac{2\times\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2.5} = \frac{2}{5}\qquad(1\text{分})$$

常规调幅带宽 B_{AM} 为

$$B_{AM} = 2 \times 4 \times 10^3 = 8(\text{kHz})$$

求得发射机最小发射功率 S_{AM} 为

$$\begin{aligned} S_{AM} &= \frac{S_0}{N_0}\frac{1}{G_{AM}}\frac{1}{\alpha}\frac{n_0}{2} \times 2B_{AM} \\ &= 10^3 \times \frac{5}{2} \times 10^5 \times 0.5 \times 10^{-10} \times 2 \times 2 \times 4 \times 10^3 \\ &= 200(\text{W}) \qquad (2\text{ 分}) \end{aligned}$$

自测题五(B 卷)参考答案

一、填空题：(30 分)

1. 信道中传输模拟信号的系统称为模拟通信系统，信道中传输数字信号的系统称为数字通信系统。

2. 模拟信号数字化是把模拟信号变换为数字信号的过程。

3. 模拟电话信号经限带后的频率范围是300Hz～3400Hz，所以按低通信号处理，抽样频率理论值至少应为6800Hz，而实际对语音信号的抽样频率取为8000Hz。这样，在抽样信号的频谱之间便可形成一定间隔的防护带，在发送端的作用是防止频谱的混叠，放宽了对低通滤波器的要求。

4. TDM 在时域上各路信号是分割开的，但在频域上各路信号是混叠在一起的。FDM 在频域上各路信号是分割开的，但在时域上各路信号是混叠在一起的。

5. 二进制随机脉冲序列的功率谱可能包含连续谱和离散谱两部分。其中，连续谱总是存在的，但离散谱却不一定存在，位定时的提取与离散谱有关。

6. 在二进制数字调制系统 2ASK、2PSK、2FSK 中，当相同误比特率时，峰值信噪比之比 $r_{2PSK} : r_{2FSK} : r_{2ASK} = 1:2:4$；当峰值信噪比相同时，误比特率从小到大的信号排序为2PSK、

2FSK、2ASK。

7. 差错控制编码是对数字信号进行抗干扰编码,目的是提高数字通信的可靠性。

8. 在(7,3)线性分组码中,编码码组长度为7,信息码元长度为3,监督码元长度为4。该码的最小码重为4,该码的差错控制能力分为以下几种情况:纠1错;检3错;纠1错同时检2错。

二、判断题(每小题2分,共10分。对打√,错打×)

1. 与均匀量化相比,对数量化的目的是提高大信号的量化信噪比。 (×)

2. 2DPSK信号相对于绝对码是相对调相。 (√)

3. 相关接收机的性能比普通接收机的性能好且复杂度更低。 (×)

4. 延迟解调适用于所有的数字调制方式。 (×)

5. A律基群的时隙数为32,可传输的话路数为30。 (√)

三、简答题(共20分)

1. 试说明时分复用的概念,并举出两个实际应用的例子。(5分)

答:时分复用是将传输时间划分为若干个互不重叠的时隙,互相独立的多路信号顺序地占用各自的时隙,合路成为一个复用信号,在同一信道中传输,在接收端按同样规律把它们分开。(4分)

例如:PCM数字电话、GSM移动通信。(1分)

2. 与二进制相比,多进制调制有哪些优缺点?(5分)

答:(1) 优点

当码元速率相同时,多进制调制可以提高信息速率。当信息速率相同时,多进制调制可以节省传输带宽。总之多进制调制可以提高频带利用率。(3分)

（2）缺点

多进制调制的技术和设备复杂，多进制调制信号的抗噪声性能差。（2 分）

3. 试说明线性分组码译码器的工作原理。（5 分）

答：（1）校正子计算电路求伴随矩阵 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{R}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$。（1 分）

（2）因为 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{C}\oplus\boldsymbol{E}$，且 $\boldsymbol{C}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}=0$，可以由伴随矩阵和最大似然（最小码重）原则确定 $\boldsymbol{E}$，存入错误图样识别器。（2 分）

（3）由 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{E}\oplus\boldsymbol{R}$，对应码元模二相加即得原码组 $\boldsymbol{C}$，完成译码。（2 分）

4. 现有 A、B 两路模拟信号的 PCM 编码信号，设一帧共有 8 路时隙，其中第 0 路为帧同步信号 F 占用时隙，第 4 路为信令信号 S 占用时隙。(1)画出一种合理的时分复用帧结构示意图。(2)如果模拟信号的幅度为 0，在示波器上观察到的 PCM 编码信号有什么规律？（5 分）

解　（1）帧结构示意图如图题解 10-5-3 所示。（3 分）

TS0	TS1	TS2	TS3	TS4	TS5	TS6	TS7
F	A	B		S			

图题解 10-5-3

TS0 为帧同步信号 F 占用时隙，TS4 为信令信号 S 占用时隙。A、B 两路 PCM 编码信号可在 TS1～TS3，TS5～TS7 等 6 个时隙中选择使用其中 2 个，不能重叠。

（2）如果模拟信号的幅度为 0，在示波器上观察到的 PCM 编码信号为 01 交替码。

若模拟信号的幅度接近并略大于 0，编码输出可能为 10000000，经偶次比特倒置后编码输出为 11010101。若模拟信号的幅度接近并略小于 0，编码输出可能为 00000000，经偶次比特倒置后编码输出为 01010101。

四、计算题(每题10分,共40分)

1. 对模拟信号 $m(t)$ 进行线性PCM编码,量化电平数 $L=64$。PCM信号先通过 $\alpha=0.5$,截止频率为3.6kHz的升余弦滚降滤波器,然后再进行传输。求:(1)二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率;(2)可允许模拟信号 $m(t)$ 的最高频率分量 f_H。

解　(1) PCM编码信号经升余弦滤波器后形成升余弦滚降信号,由 α 可列出二进制基带信号的频带利用率为

$$\eta_b=\frac{2}{1+\alpha} \qquad (2分)$$

η_b 的定义式为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B} \qquad (2分)$$

所以二进制基带信号无串扰传输的最高信息速率为

$$R_b=\frac{2B}{1+\alpha}=\frac{2\times 3.6\times 10^3}{1+0.5}=4.8(\text{kbit/s}) \qquad (1分)$$

(2) 对最高频率为 f_H 的模拟信号 $m(t)$ 以频率 f_s 进行抽样,当量化电平数 $L=64$ 时,编码位数 n 为

$$n=\log_2 L=6 \qquad (1分)$$

PCM编码信号的信息速率可表示为

$$R_b=f_s n \qquad (2分)$$

抽样频率 $f_s\geqslant 2f_H$,取等号时信息速率为

$$R_b=2f_H n \qquad (1分)$$

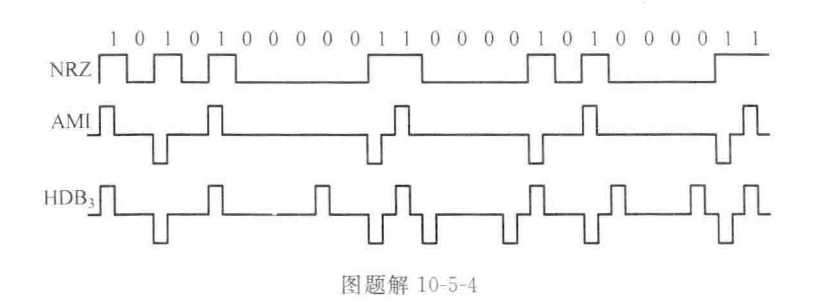
因此,可允许模拟信号的最高频率为

$$f_H=\frac{R_b}{2n}=\frac{4.8\times 10^3}{2\times 6}=400(\text{Hz}) \qquad (1分)$$

2. 设某一段重复出现的二进制信码是1010100000110000101000011。请画出单极性NRZ、AMI、HDB_3 码的波形。

解　波形如图题解10-5-4所示。

评分标准:NRZ(2分)、AMI(3分)、HDB_3(5分)



图题解 10-5-4

3. 对 2ASK 信号进行相干接收，数字信号的码元速率 $R_s=5\times10^6$ baud，接收端输入信号幅度 $A=1\text{mV}$，信道噪声的双边功率谱密度为 $n_0=2\times10^{-15}$ W/Hz。求相干接收时的误比特率。（提示：$Q(2.50)=6.21\times10^{-3}$，$Q(3.50)=2.33\times10^{-4}$）

解　由码元速率可求出接收端带通滤波器的近似带宽为

$$B\approx 2R_s=2\times5\times10^6=1\times10^7(\text{Hz})\qquad(2\text{ 分})$$

因此，可得带通滤波器输出噪声的平均功率为

$$\begin{aligned}\sigma^2&=\frac{n_0}{2}\times 2B\\&=2\times10^{-15}\times2\times1\times10^7=4\times10^{-8}(\text{W})\qquad(2\text{ 分})\end{aligned}$$

解调器输入峰值信噪比为

$$r=\frac{A^2}{2\sigma^2}=\frac{(1\times10^{-3})^2}{2\times4\times10^{-8}}=12.5\qquad(2\text{ 分})$$

可得相干接收时的误比特率为

$$\begin{aligned}P_b&=Q(\sqrt{r/2})=Q(\sqrt{12.5/2})=Q(2.5)\\&=6.21\times10^{-3}\qquad(4\text{ 分})\end{aligned}$$

4. 已知电话信道可用的信号传输频带为 600～3000Hz，取载频为 1800Hz，试求：采用 $\alpha=0.5$ 升余弦滚降基带信号时，8PSK 调制可以传输的数据速率为多少？

解　电话信道的传输带宽为 600～3000Hz，所以信道带宽最大值为

$$B = 3000 - 600 = 2400(\text{Hz})$$

当采用 $\alpha=0.5$ 升余弦滚降基带信号时，8PSK 调制后码元频带利用率为

$$\eta = \frac{R_s}{B} = \frac{1}{1+\alpha} = \frac{1}{1+0.5} = \frac{2}{3}(\text{baud/Hz})$$

所以，8PSK 调制的最高信息传输速率为

$$R_b = \log_2 M \times R_s = \log_2 M \times \eta \times B$$
$$= \log_2 8 \times \frac{2}{3} \times 2400 = 4800(\text{bit/s})$$

参考文献

[1] 南利平等.通信原理简明教程.第3版.北京：清华大学出版社，2014.

[2] 樊昌信等.通信原理.第6版.北京：国防工业出版社，2006.

[3] 曹丽娜等.通信原理(第6版)学习辅导与考研指导.北京：国防工业出版社，2008.

[4] 曹志刚等.现代通信原理.北京：清华大学出版社，1992.

[5] 杨鸿文等.通信原理习题集.北京：北京邮电大学出版社，2005.

[6] 张甫翊等.通信原理学习辅导.北京：清华大学出版社，2007.

[7] 王福昌等.现代通信原理.北京：清华大学出版社，2006.